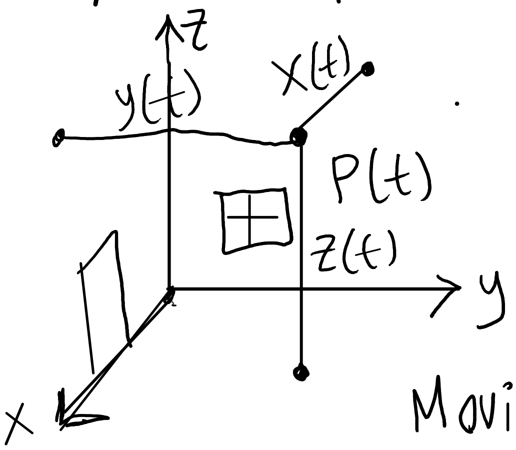
aula 1. 22-Fev.

CINEMÁTICA

Descrição geométrica do movimento.

Posição dum ponto no espaço. $P(t)$ ← instante



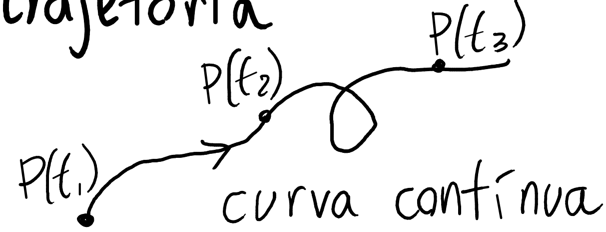
Coordenadas cartesianas

$x(t), y(t), z(t)$

(3 graus de liberdade)

Movimento: $x(t), y(t), z(t)$ são funções contínuas

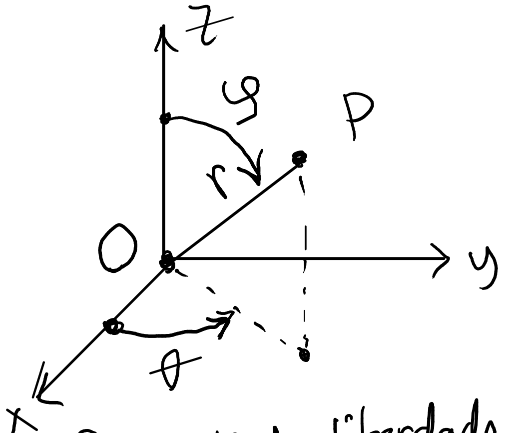
trajetória



$t_1 < t_2 < t_3$

Outros sistemas de coordenadas

esféricas (r, θ, φ)



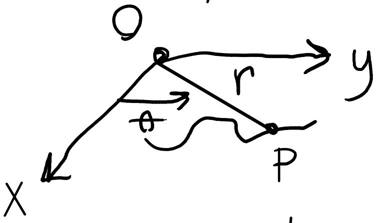
3 graus de liberdade

$r(t), \theta(t), \varphi(t)$

mov. num plano

coordenadas polares

$r(t), \theta(t)$

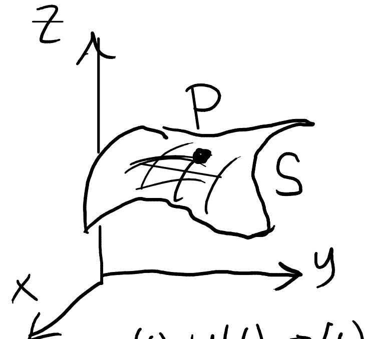


coord. cartesianas

$x(t), y(t)$

2 Graus de liberdade

mov. numa superfície

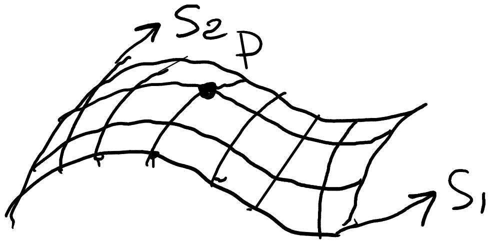


$x(t), y(t), z(t)$

$S: z = f(x, y)$

2 graus de liberdade

Coordenadas curvilíneas

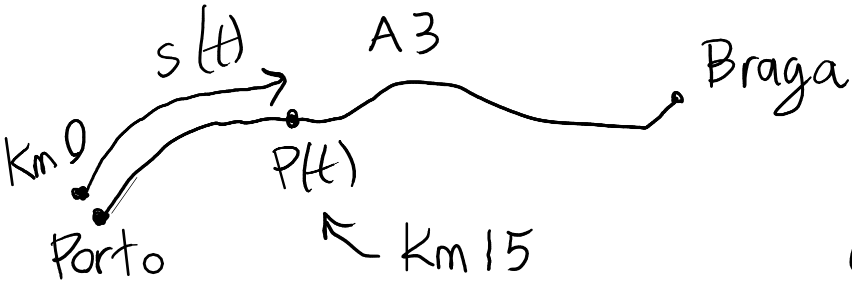


$s_1(t)$, $s_2(t)$

$P(t) \rightarrow s_1(t), s_2(t)$

2 graus de liberdade

Movimento ao longo duma curva. Um grau de liberdade

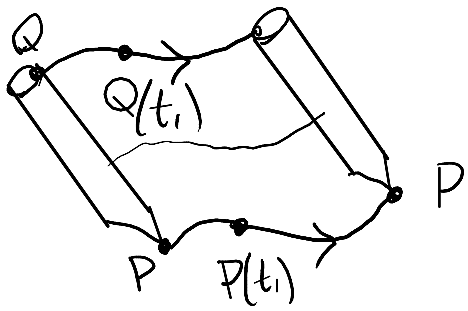


$s(t)$
comprimento de arco ao longo da curva, a partir duma origem e num sentido definido.

$s(t)$ = posição do ponto no instante t.

MOVIMENTO DOS CORPOS RIGIDOS (muitos pontos P)

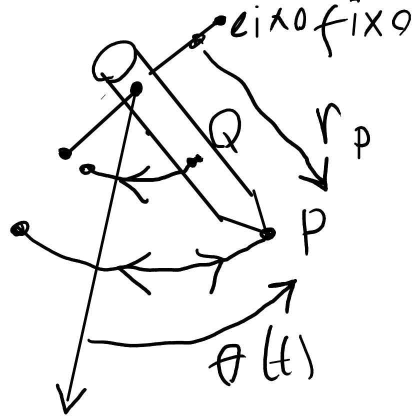
1 translação



a mesma trajetória para todos os pontos, percorridas ao mesmo tempo
$\Downarrow$
basta estudar a trajetória de um dos pontos.

$\Rightarrow$ 1, 2 ou 3 graus de liberdade ($x(t)$, $y(t)$, $z(t)$)

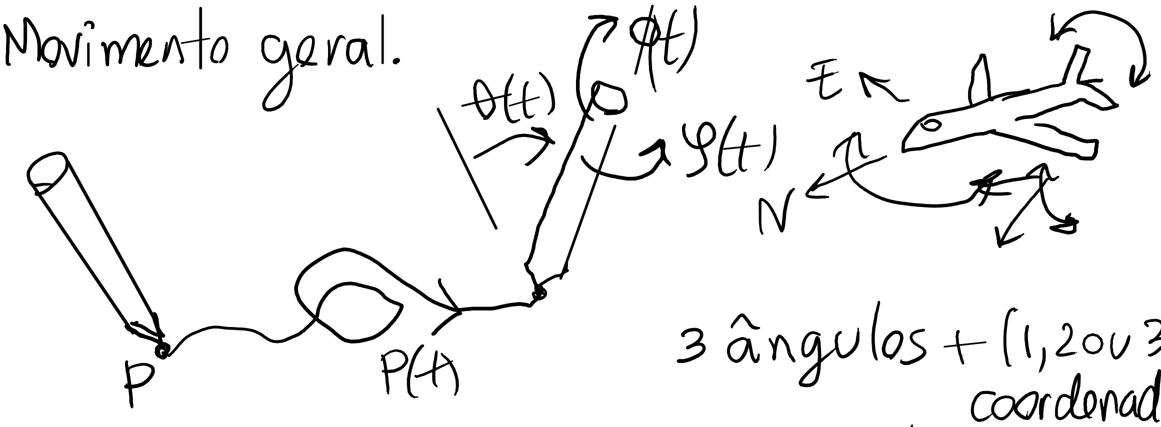
② Rotação com eixo fixo. As trajetórias de todos os pontos são arcos de circunferências com centro no eixo e diferentes raios $r_P, r_Q, \ldots$



Mas todas com o mesmo ângulo $\theta(t)$

$\Rightarrow$ apenas um grau de liberdade $\rightarrow \theta(t)$

③ Movimento geral.



3 ângulos + (1, 2 ou 3) coordenadas de P

$\Rightarrow$ 4, 5 ou 6 graus liberdades.

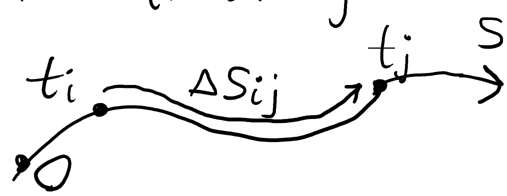
MOVIMENTO COM UM GRAU DE LIBERDADE

$s(t)$ = posição na trajetória (ou $x(t)$, $y(t)$, $\theta(t)$, ...)

Deslocamento. durante um intervalo $t_i \le t \le t_j$

$$\boxed{\Delta s_{ij} = s(t_j) - s(t_i)}$$

pode ser positivo ou negativo



Velocidade média. no intervalo $t_i \leq t \leq t_j$

$$\boxed{\overline{v}_{ij} = \frac{\Delta s_{ij}}{\Delta t} = \frac{s(t_j) - s(t_i)}{t_j - t_i}}$$

pode ser positiva ou negativa

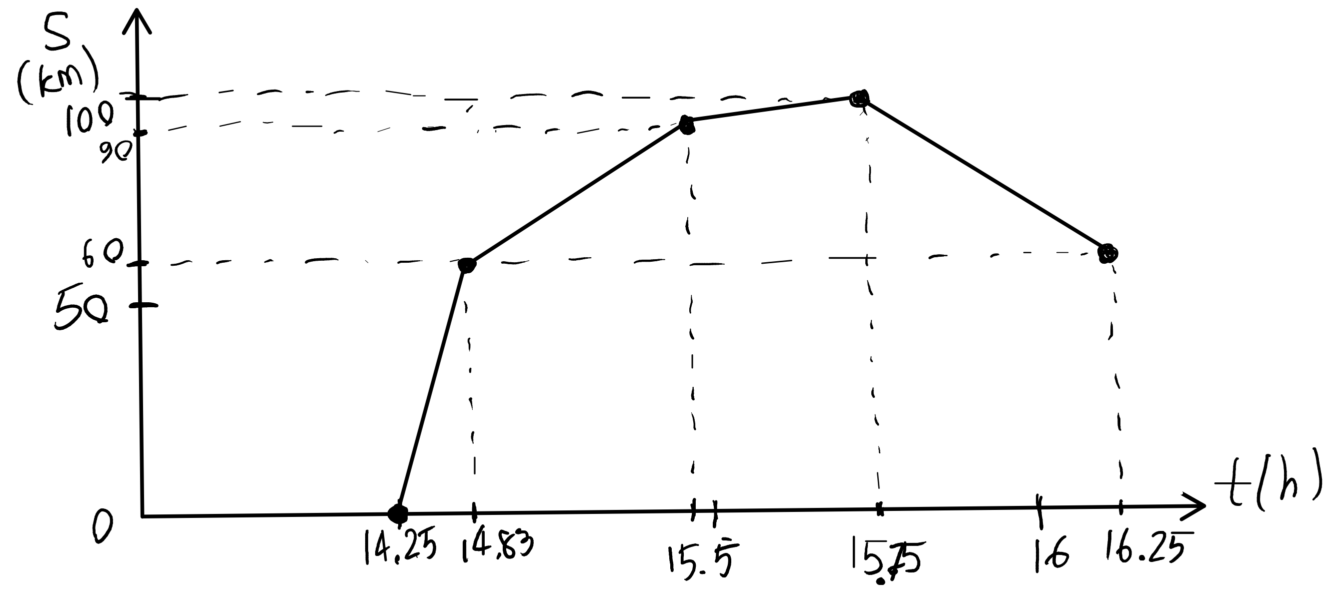
positivo

tem unidades de distância sobre tempo:

$\frac{km}{h}$, $\frac{m}{s}$, $km \cdot s^{-1}$, $km \cdot h^{-1}$, ...

Exemplo 1. A tabela mostra a posição de um automóvel numa estrada, a diferentes horas. Trace o gráfico de $s(t)$ e determine as velocidade médias em cada intervalo de tempo e em todo o percurso.

hora	14:15	14:50	15:30	15:45	16:15
posição (km)	0	60	90	100	60



$$\bar{v}_{12} = \frac{60-0}{35/60} = 102{,}9\,\frac{km}{h}$$

$$\bar{v}_{23} = \frac{90-60}{40/60} = 45\,\frac{km}{h}$$

$$\bar{v}_{34} = \frac{100-90}{1/4} = 40\,\frac{km}{h}$$

$$\bar{v}_{45} = \frac{60-100}{1/2} = -80\,\frac{km}{h}$$

declives dos 4 segmentos de reta no gráfico $s(t)$

no percurso total:

$$\bar{v} = \frac{60-0}{2} = 30\,\frac{km}{h}$$

deverá existir uma função $v(t)$ (velocidade instantânea) que pode ser determinada com intervalos menores.

VELOCIDADE INSTANTÂNEA

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v}_{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t}$$

derivada da função $s(t)$

$$\boxed{v(t) = \dot{s}(t)}$$

um ponto indica derivar uma vez em ordem a t.

INTEGRAIS

. Δs no intervalo $t_i \le t \le t_f$

$$\Delta s = \bar{v}_{if}\,\underbrace{\Delta t}_{t_f - t_i} = \sum_{j=1}^{n} \bar{v}_{j,j+1}\,\Delta t_j \leftarrow t_{j+1} - t_j$$

$t_1 = t_i$, $t_{n+1} = t_f$

(n subintervalos)

no limite $n \to \infty$ $(\Delta t_j \to 0) \Rightarrow \bar{v}_{j,j+1} \to v(t)$

escreve-se assim

$$\boxed{\Delta s = \int_{t_i}^{t_f} v(t)\,dt}$$

integral definido de $v(t)$