aula 2 . 24-Fev.

rapidez: $|v|$

ACELERAÇÃO TANGENCIAL

$a_t(t)$
(ao longo da trajetória

$$a_t(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

$$\boxed{a_t = \dot{v} = \ddot{s}}$$

é função de t, não necessariamente contínua.

a_t tem unidades de velocidade sobre tempo:

$\frac{km/h}{s}$, $\frac{m}{s^2}$, $\frac{km}{h^2}$, ... $\left(SI \to \frac{m}{s^2}\right)$

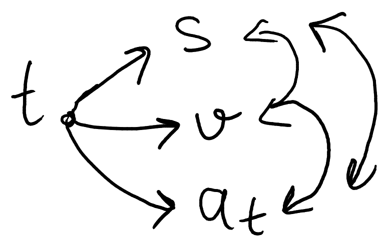
num intervalo $t_i \le t \le t_f$, o valor médio de a_t é:

$$\bar{a}_t = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$$

caso particular $\to$ $a_t(t) = a$ (constante)

$\Rightarrow \bar{a}_t = a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t}$

$$v_f - v_i = \bar{a}_t \Delta t = \int_{t_i}^{t_f} a(t)\, dt$$



$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{ds}\frac{ds}{dt}$$

$\dot{s}$

$$a_t = v\frac{dv}{ds}$$

Equações cinemáticas

$$\boxed{v = \dot{s} \qquad a_t = \dot{v} \qquad a_t = v\frac{dv}{ds}}$$

4 variáveis
t, s, v, a_t

MÉTODO DE SEPARAÇÃO DE VARIÁVEIS

Equação diferencial ordinária de variáveis separáveis:

$$\frac{dw}{du} = f(u)\,g(w) \qquad \text{2 variáveis, } w \text{ e } u$$

resolução: (a) $$\frac{dw}{g(w)} = f(u)\,du$$

(b) $$\int_{w_i}^{w_f} \frac{dw}{g(w)} = \int_{u_i}^{u_f} f(u)\,du$$

primeiro caso: dados $u_i, w_i, u_f \longrightarrow$ eq. para w_f

segundo caso: condições iniciais (u_i, w_i)

$\longrightarrow$ equação com duas incógnitas, u_f, w_f

$$\int_{w_i}^{w} \frac{dw}{g(w)} = \int_{u_i}^{u} f(u)\,du \longrightarrow \text{expressão } w(u) \text{ (ou } u(w)\text{)}$$

Exemplo 2. Sabendo que a expressão da velocidade dum ponto é $v = 3t^2$, e em $t=0$, a posição na trajetória é $s=4$ (unidades SI), determine:
(a) $a_t(t)$ (b) $s(t)$

ⓐ $a_t = \frac{dv}{dt} = 6t$

ⓑ $v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow 3t^2 = \frac{ds}{dt}$ EDO de var. separav.

$\Rightarrow \int_0^t 3t^2\,dt = \int_4^s ds$ ou $\int 3t^2\,dt = \int ds$

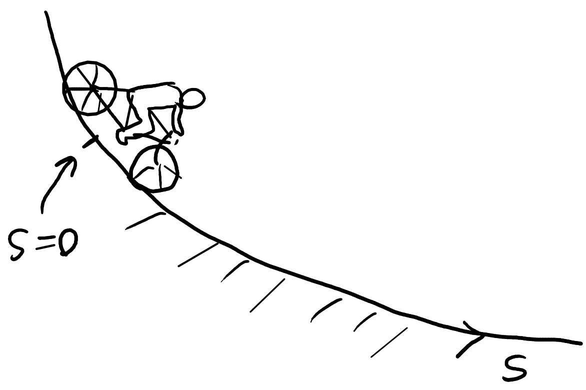
$t^3\Big|_{t=0}^{t} = s\Big|_{s=4}^{s}$ $\quad$ $t^3 = s + C$ ← constante

em $t=0$, $s=4$

$\Rightarrow 0^3 = 4 + C$ $(C=-4)$

$s = 4 + t^3$

Exemplo 3



Em $t=0$, o ciclista tem velocidade $v=5$ (SI) e passa pela pela posição $s=0$. A partir desse instante, o ciclista trava produzindo velocidade de acordo com a expressão:

$$v = \frac{1}{2}\sqrt{100 - s^2} \quad \text{(SI)}$$

até parar.

ⓐ Encontre $a_t(s)$ ⓑ Determine quanto tempo demora até parar

ⓐ $a_t = v\frac{dv}{ds}$

$\Rightarrow a_t = -\frac{s}{4}$

```
v: sqrt(100-s^2)/2;
at: v*diff(v,s);
```

← resolução no Maxima

$a_t < 0 \rightarrow v$ diminui
$a_t > 0 \rightarrow v$ aumenta
$a_t = 0 \rightarrow v$ constante

(b) condições iniciais: $t_i = 0$, $s_i = 0$, $v_i = 5$, $a_{t_i} = 0$
condições finais: $t_f = ?$, $s_f = 10$, $v_f = 0$, $a_{t_f} = -2.5$

$\uparrow$ dt e (ds ou dv)

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow \boxed{\frac{1}{2}\sqrt{100 - s^2} = \frac{ds}{dt}}$$ EDO de var. sep.

$$\int_0^{t_f} dt = \int_0^{10} \frac{2\,ds}{\sqrt{100 - s^2}}$$

No Maxima:

expressão de s, já definida previamente

integrate(1,t,0,tf) = integrate(1/v,s,0,10);

$\hookrightarrow$ tf = %pi $\leftarrow$ número π

$\Rightarrow t_f = \pi \approx 3.1416$ segundos