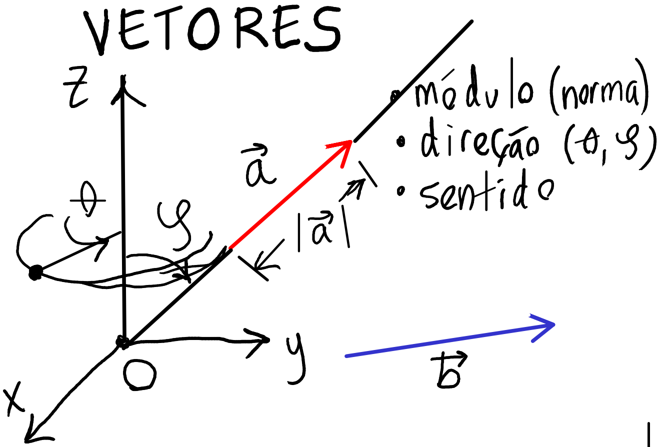
aula 4; 3 de março

VETORES

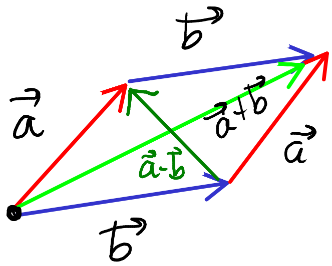


produto por escalar

mesma direção e sentido de $\vec{a}$ $(k>0)$

$$|k\vec{a}| = |k|\,|\vec{a}|$$

adição

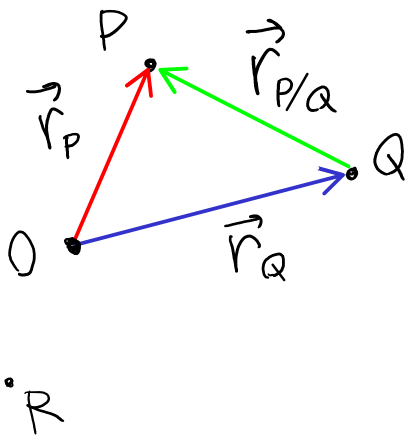


forma algébrica

$$\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k} \qquad k\vec{a} = ka_x\hat{\imath} + ka_y\hat{\jmath} + ka_z\hat{k}$$

$$\vec{a}+\vec{b} = (a_x+b_x)\,\hat{\imath} + (a_y+b_y)\,\hat{\jmath} + (a_z+b_z)\,\hat{k}$$

MOVIMENTO RELATIVO



posição de P relativa a Q

$$\vec{r}_{P/Q} = \vec{r}_P - \vec{r}_Q$$

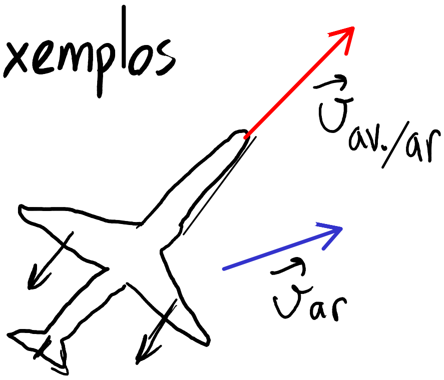
$$\frac{d\vec{r}_{P/Q}}{dt} = \frac{d\vec{r}_P}{dt} - \frac{d\vec{r}_Q}{dt}$$

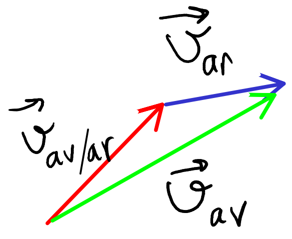
$$\boxed{\begin{aligned} \vec{v}_{P/Q} &= \vec{v}_P - \vec{v}_Q \\ \vec{a}_{P/Q} &= \vec{a}_P - \vec{a}_Q \end{aligned}}$$

$$\vec{v}_P = \vec{v}_{P/Q} + \vec{v}_Q \quad = \vec{v}_{P/Q} + \vec{v}_{Q/O} + \vec{v}_O$$

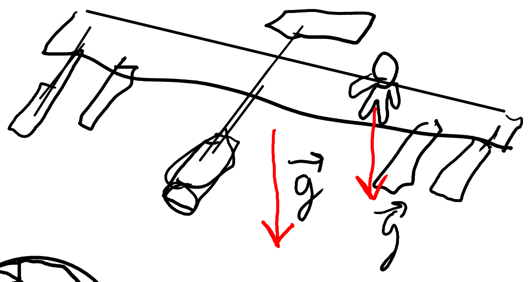
$$= \vec{v}_{P/Q} + \vec{v}_{Q/O} + \vec{v}_{O/R} + \vec{v}_R = \cdots$$

Exemplos





Estação espacial



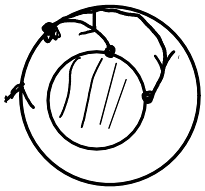
altura $\approx$ 408 km

nessa altura: $g \approx 8.66 \frac{m}{s^2}$

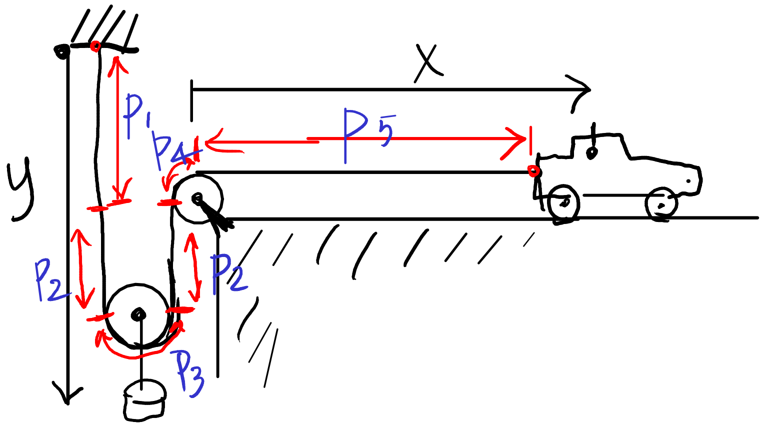
$$\vec{a}_{estação} = \vec{g}$$

$$\vec{a}_{astron.} = \vec{g}$$

$$\vec{a}_{ast./estaç.} = \vec{g} - \vec{g} = \vec{0}$$



MOVIMENTOS DEPENDENTES



dois movimentos

$x(t)$, $y(t)$

comprimento do fio constante:

$f(x, y) = \text{constante}$

$\Downarrow$

apenas um grau de liberdade

p_1, p_3 e $p_4 \rightarrow$ constantes

$p_2 = y(t) - \text{constante}$ $\quad p_5 = x - \text{const.}$ (x ou y)

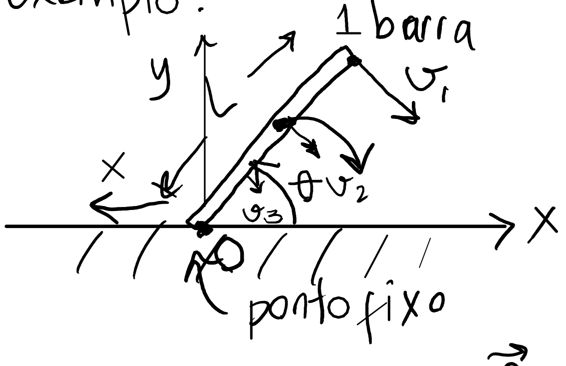
$$y + y + x = \text{constante} \qquad \boxed{2y + x = \text{constante}}$$

$$\Rightarrow 2\dot{y} + \dot{x} = 0 \Rightarrow 2v_{peso} + v_{carrinho} = 0$$

$$v_{carrinho} = -2v_{peso}$$

$$\Rightarrow 2a_{peso} + a_{carrinho} = 0 \qquad a_{carrinho} = -2a_{peso}$$

exemplo:



condição

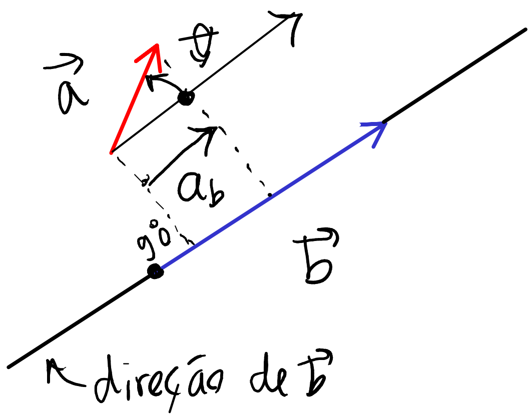
$$\vec{r}_i = l_i \vec{r}_1$$

$$\vec{v}_i = l_i \vec{v}_1$$

$$\vec{r}_1 = L\cos\theta\,\hat{\imath} + L\sin\theta\,\hat{\jmath} \qquad \theta(t)$$

1 grau de liberdade

PRODUTO ESCALAR



a_b = componente de $\vec{a}$ na direção de $\vec{b}$

θ = ângulo que $\vec{a}$ faz com a direção de $\vec{b}$ (entre 0 e π)

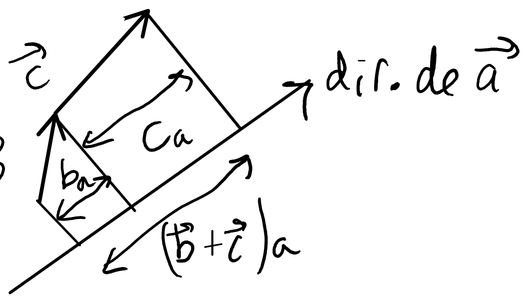
$a_b = |\vec{a}|\cos\theta$ (negativa se $\theta > \pi/2$, nula se $\theta = \frac{\pi}{2}$)

definição:

$$\boxed{\vec{a}\cdot\vec{b} = a_b|\vec{b}| = |\vec{a}|\,b_a = |\vec{a}|\underbrace{|\vec{b}|\cos\theta}_{b_a}}$$

① $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

② $(\vec{b} + \vec{c})_a = b_a + c_a$



$$\Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

③ $\hat{i} \cdot \hat{i} = 1 = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k}$

$\hat{i} \cdot \hat{j} = 0 = \hat{i} \cdot \hat{k} = \hat{j} \cdot \hat{k}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}) \cdot (b_x \hat{i} + b_y \hat{j} + b_z \hat{k})$$

$$\boxed{\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

(norma) módulo

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$$

Máxima: $*$ → produto de vetor por escalar

3*[1,-5, 6]

$\cdot$ → produto escalar

[1,-5,6].[2,6,-3] → $\vec{a} \cdot \vec{b}$

↖ $\vec{a}$ ↖ $\vec{b}$