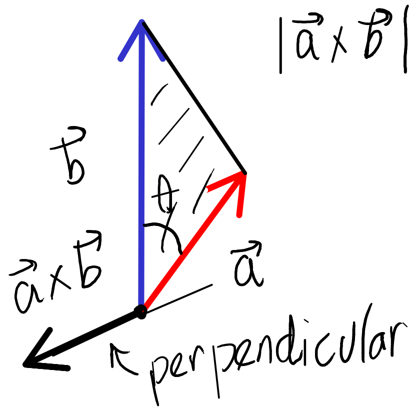
Aula 7. 15 de março

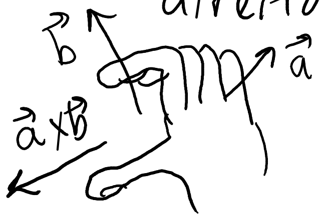
PRODUTO VETORIAL



$|\vec{a}\times\vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$ = área do triângulo de $\vec{a}$ e $\vec{b}$

$\vec{a}\times\vec{b}$ é perpendicular ao plano de $\vec{a}$ e $\vec{b}$

no sentido da regra da mão direita, de $\vec{a}$ para $\vec{b}$



propriedades

① anti-comutativo $\quad \vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a}$

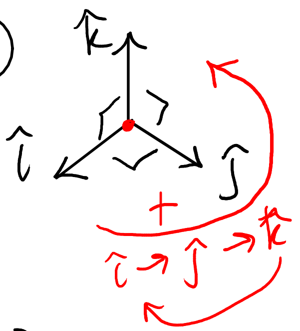
② não-associativo $\quad \vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) \neq (\vec{a}\times\vec{b})\times\vec{c}$

③ distributivo, em relação à soma

$$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b}) + (\vec{a}\times\vec{c})$$

④ $\vec{a}\times\vec{a} = \vec{0}$

⑤



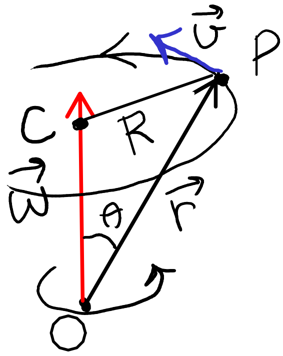
$\hat{\imath}\times\hat{\jmath} = \hat{k}$	$\hat{\imath}\times\hat{k} = -\hat{\jmath}$
$\hat{\jmath}\times\hat{k} = \hat{\imath}$	$\hat{k}\times\hat{\jmath} = -\hat{\imath}$
$\hat{k}\times\hat{\imath} = \hat{\jmath}$	$\hat{\jmath}\times\hat{\imath} = -\hat{k}$

$$\vec{a}\times\vec{b} = (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k})\times(b_x\hat{\imath} + b_y\hat{\jmath} + b_z\hat{k})$$

$$= (a_y b_z - a_z b_y)\hat{\imath} + (a_z b_x - a_x b_z)\hat{\jmath} + (a_x b_y - a_y b_x)\hat{k}$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

VETORES VELOCIDADE E ACELERAÇÃO ANGULAR



$R = r\sin\theta$

$\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}$ $\qquad |\vec{v}| = |\vec{\omega}|\,|\vec{r}|\sin\theta$

$\vec{v} = (\omega R)\,\hat{e}_t$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times\frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}} \qquad \vec{a} = \vec{\alpha}\times\vec{r} + \vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{r})$$

← $\vec{\omega}$ pode mudar em módulo e direção

ROTAÇÃO PLANA

eixo de rotação sempre na mesma direção ($\hat{e}_e$) ← fixo

$\vec{\omega} = \omega\,\hat{e}_e \qquad \vec{\alpha} = \alpha\,\hat{e}_e$

$\omega = \dot{\theta} \qquad \alpha = \dot{\omega}$

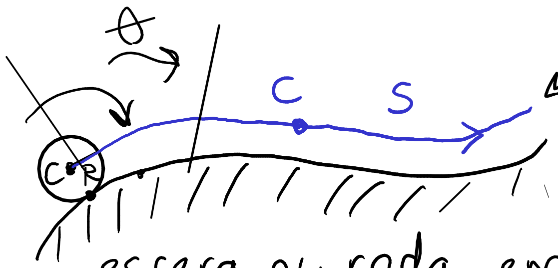
$$\boxed{\vec{a} = \alpha R\,\hat{e}_t + \omega^2 R\,\hat{e}_n}$$

$\hat{e}_t$ e $\hat{e}_n$ → no plano de rotação (fixo)

$\hat{e}_n$ → aponta para o centro C (no plano de rotação)

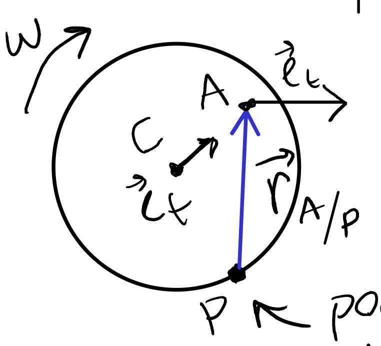
R → distância desde o ponto até C (")

MOVIMENTOS DE ROTAÇÃO DEPENDENTES



↙ trajetória do centro

esfera ou roda em movimento, sem deslizar, numa superfície.



em qualquer instante:

$\vec{v}_P = \vec{0}$

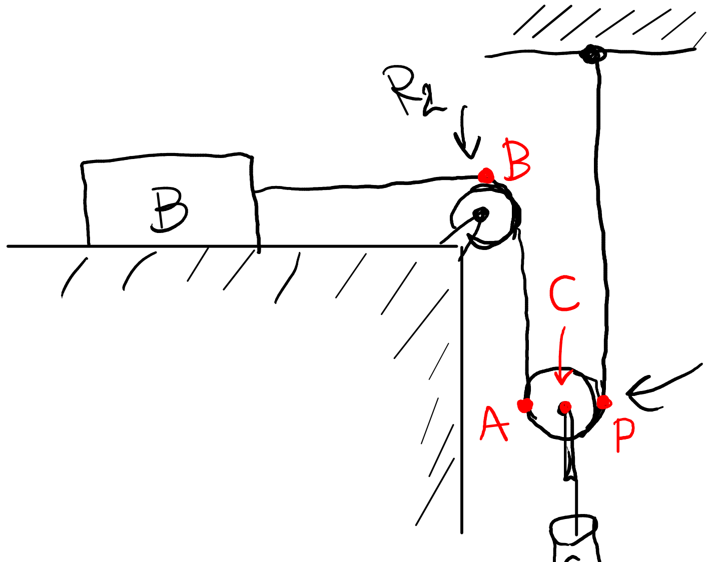
eixo de rotação perpend. à folha

↖ ponto de contacto com a superfície

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{A/P} + \vec{v}_P = \underbrace{\vec{v}_{A/P}}_{\substack{\vec{\omega}\times\vec{r}_{A/P} \\ (\theta = 90°)}} = (\omega \underbrace{d_{AP}}_{|\vec{r}_{A/P}|})\hat{e}_t$$

$$\vec{v}_C = (\omega\, d_{CP})\underbrace{\hat{e}_t}_{\text{paralelo à superfície}} \qquad \boxed{v_C = \omega R}$$

duas variáveis $s(t)$, $\theta(t)$ e uma condição: $\dot{s} = R\dot{\theta}$ $\Rightarrow$ um único grau de liberdade

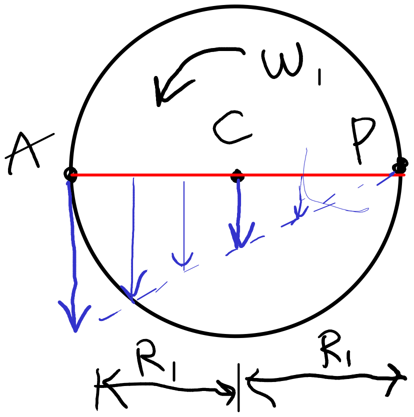


duas roldanas de raios R_1 e R_2

3 pontos no fio: P, A e B

se o fio não desliza nas roldanas

roldana 1



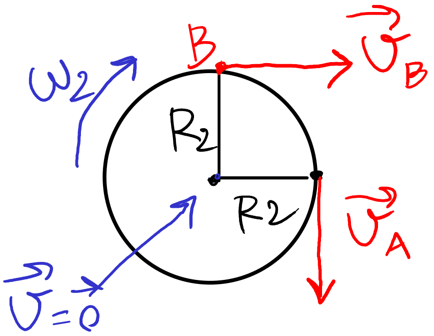
$$\vec{v}_P = \vec{0} \implies \begin{cases} \vec{v}_A = \vec{v}_{A/P} \\ \vec{v}_C = \vec{v}_{C/P} \end{cases}$$

$$v_A = 2R_1\omega_1$$

$$v_C = R_1\omega_1$$

$$v_A = 2v_C$$

roldana 2



$$v_B = v_A = R_2\omega_2$$

$$\boxed{v_B = 2v_C} \qquad \boxed{\omega_1 = \frac{v_C}{R_1}}$$

$$\boxed{\omega_2 = \frac{v_B}{R_2}}$$

quatro velocidades: $v_B, v_C, \omega_1, \omega_2$

e 3 condições $\longrightarrow$ apenas um grau de liberdade