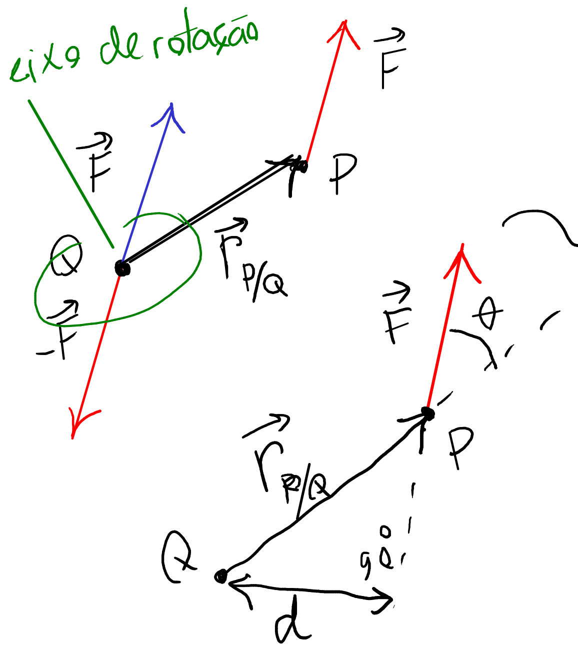
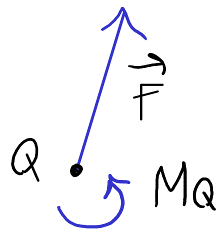
aula 11. 29 de março

MOMENTO DE UMA FORÇA



deslocamento de $\vec{F}$, em P, para Q

$\Longrightarrow$ $\vec{F} + M_Q$ ← binário



θ = angulo entre $\vec{r}_{P/Q}$ e $\vec{F}$

$$d = |\vec{r}_{P/Q}| \sin\theta$$

$$M_Q = |\vec{F}| d = |\vec{r}_{P/Q}||\vec{F}| \sin\theta$$

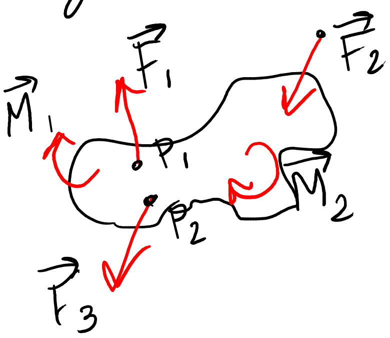
M_Q produz rotação no plano de $\vec{r}_{P/Q}$ e $\vec{F}$, no sentido da regra da mão direita, de $\vec{r}_{P/Q}$ para $\vec{F}$

$$\Longrightarrow \boxed{\vec{M}_Q = \vec{r}_{P/Q} \times \vec{F}}$$

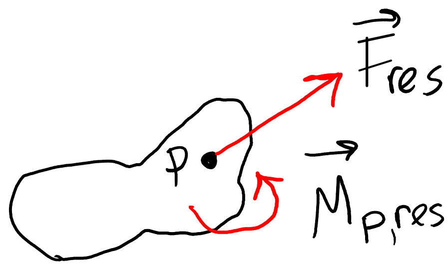
Momento da força $\vec{F}$ (em P) em relação a Q.

FORÇA-BINÁRIO RESULTANTE

diagrama de corpo livre



$\Longleftrightarrow$



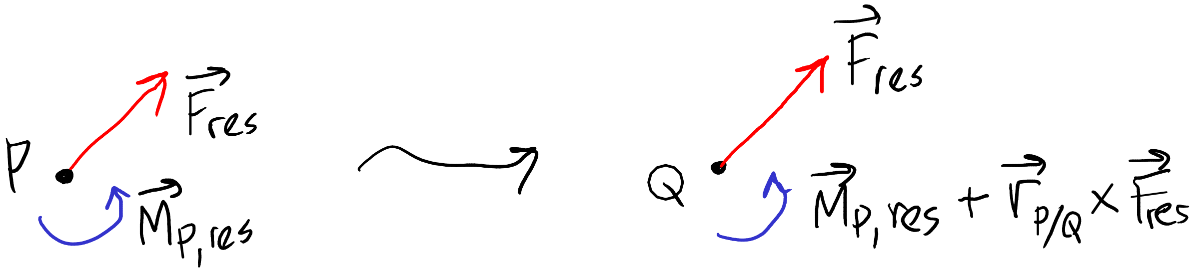
$$\vec{F}_{res} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$$

$$\vec{M}_{P,res} = \sum_{i=1}^{m} \vec{M}_i + \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_P(\vec{F}_i)$$

$\vec{r}_{P_i/P} \times \vec{F}_i$

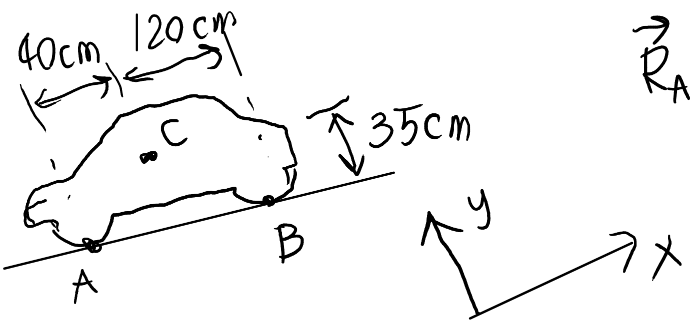
CORPOS RÍGIDOS EM EQUILÍBRIO (repouso, ou mov. retilíneo uniforme)

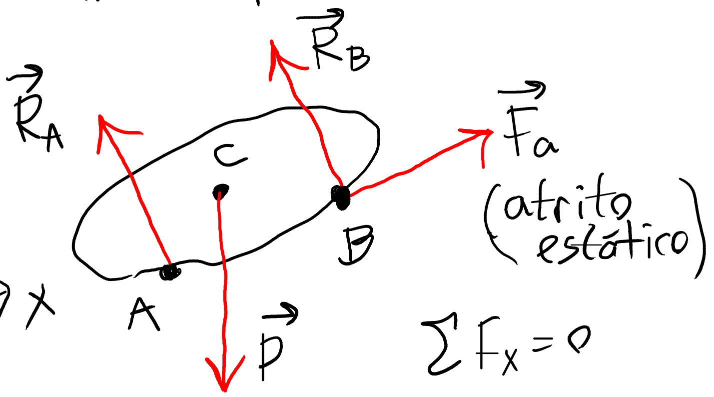
$$\Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \\ \sum \vec{M}_{ext} + \sum \vec{M}_P(\vec{F}_{ext}) = \vec{0} \end{cases} \quad \text{(em qualquer ponto P)}$$



se $\vec{F}_{res} = \vec{0} \Rightarrow \vec{M}_{P,res} = \vec{M}_{Q,res} = \cdots = 0$

Exemplo. Um automóvel com peso de 9000 N está estacionado numa estrada com declive de 5%; a posição do centro de gravidade C está indicada na figura. Determine as reações normais nos pneus e a força de atrito destes com a estrada.





$\sum F_x = 0$

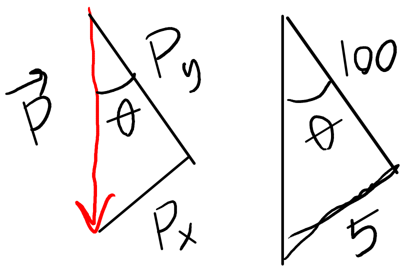
$\sum F_y = 0$

$\sum M_{xy} = 0$ (em rel. a qualquer ponto)

$\sum F_x \rightarrow$ uma incógnita (F_a)

$\sum M_B \rightarrow$ uma incógnita (R_A)

$\sum M_A \rightarrow$ ~~2~~ 1 incógnita~~s~~ (R_B, ~~F_a~~)



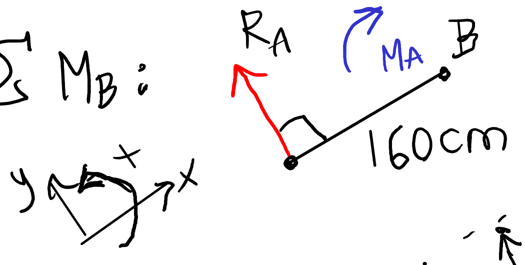
$$P_x = \frac{9000 \times 5}{\sqrt{100^2+5^2}} = 449.4$$

(SI)

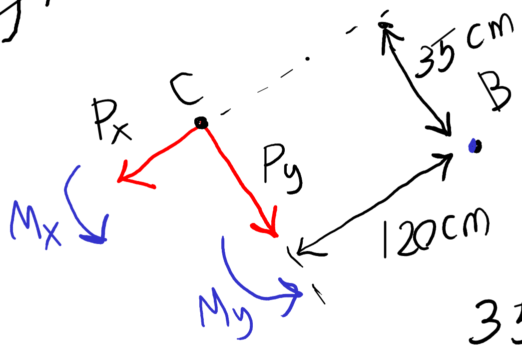
$$P_y = \frac{9000 \times 100}{\sqrt{100^2+5^2}} = 8988.8$$

$$\sum F_x : \quad F_a - P_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_a = P_x = 8988.8\ \text{N}$$

$\sum M_B$:



$$M_B(\vec{R}_A) = -160\, R_A$$

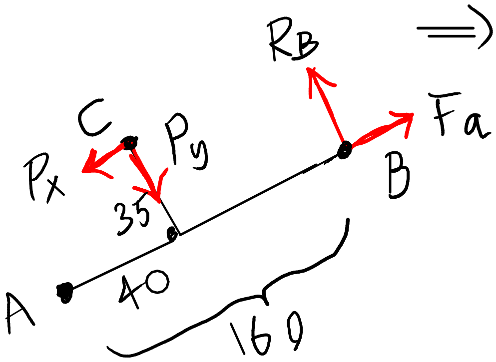


$$M_B(\vec{P}) = M_x + M_y$$
$$= 35P_x + 120P_y$$

$$35P_x + 120P_y - 160R_A = 0$$

$$\Rightarrow R_A = 6839.9\ \text{N}$$

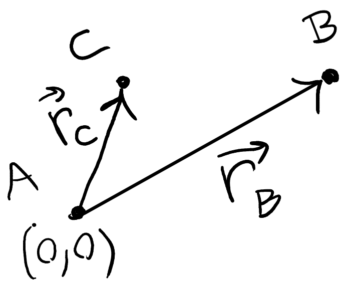
$\sum M_A$:



$$M_A(F_A) = 0$$

$$\sum M_A = +35P_x - 40P_y + 160F_a = 0 \Rightarrow R_B = 2148.6\ \text{N}$$

Ou:



$$\vec{r}_B = 160\,\hat{\imath}$$

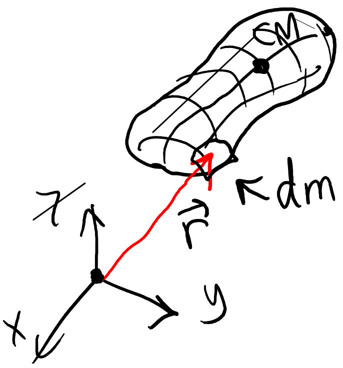
$$\vec{r}_C = 40\,\hat{\imath} + 35\,\hat{\jmath}$$

$$\vec{F}_c = -P_x\hat{\imath} - P_y\hat{\jmath} \quad , \quad \vec{F}_B = F_a\hat{\imath} + R_B\hat{\jmath}$$

$$\vec{M}_A = \vec{r}_c \times \vec{F}_c + \vec{r}_B \times \vec{F}_B = (\cdots)\hat{k}$$

$$\begin{vmatrix} 40 & 35 \\ -P_x & -P_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 160 & 0 \\ F_a & R_B \end{vmatrix} = 0$$

CENTRO DE MASSA



dm = massa infinitesimal em $\vec{r}$

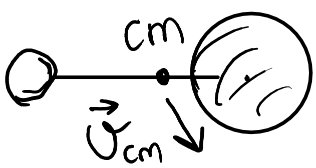
$$\int_{corpo} dm = m$$

massa volúmica

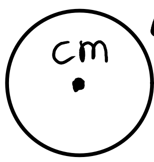
$$dm = \rho \, dx \, dy \, dz$$

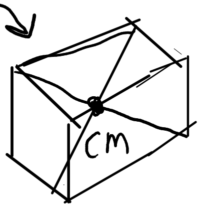
definição: $\vec{r}_{cm} = \frac{1}{m}\int_{corpo} \vec{r} \, dm$ (3 integrais de volume)

cm é um ponto fixo no corpo, mais próximo das regiões onde houver mais massa.



ρ = constante





$$\vec{v}_{cm} = \frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \frac{1}{m}\frac{d}{dt}\int_{corpo} \vec{r} \, dm = \frac{1}{m}\int_{corpo} \frac{d\vec{r}}{dt} \, dm$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{cm} = \frac{1}{m} \int_{corpo} \vec{v}\, dm$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{cm} = \frac{1}{m} \int_{corpo} \vec{a}\, dm$$

$\vec{a}\, dm$ = força resultante na massa infitessimal dm.

$$\Rightarrow \vec{a}_{cm} = \frac{1}{m} \sum \vec{F}_{ext}$$

$$\boxed{\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_{cm}}$$