$$W_{12} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right) = \frac{m}{2}\left(-15^2\right)$$

$$W_{12} = -U_2 + U_1 = mg\left(-z_2 + 15\right)$$

$$z_2 = 15 + \frac{15^2}{2g} = 26.48 \text{ m}$$

aula 14. 21 de abril

O trabalho realizado por uma força conservativa é igual à diminuição da energia potencial associada.

TEOREMA DO TRABALHO E A ENERGIA MECÂNICA

$$W_{12}(\vec{F}_{res}) = \sum W_{12}(\vec{F}_{ext}) = E_{c_2} - E_{c_1}$$

$$\hookrightarrow = \sum W_{12}(\vec{F}_{cons.}) + \sum W_{12}(\vec{F}_{n.cons.}) = E_{c_2} - E_{c_1}$$

$$\sum_{i=1}^{n} (U_1 - U_2)_i + W_{12}(\text{não cons.}) = E_{c_2} - E_{c_1}$$

$U = U_g + U_e + \cdots$ = energia potencial total

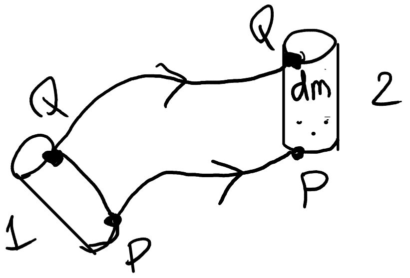
$$W_{12}(\text{não cons.}) = E_{c_2} - E_{c_1} + U_2 - U_1$$

definição: $E_m = E_c + U$ = energia mecânica

$$\Rightarrow \boxed{W_{12}(\text{não cons.}) = E_{m_2} - E_{m_1}}$$

o trabalho das forças não conservativas é igual ao aumento da energia mecânica.

ENERGIA CINÉTICA DE ROTAÇÃO



dm = massa infinitessimal no ponto (P, Q, ...)

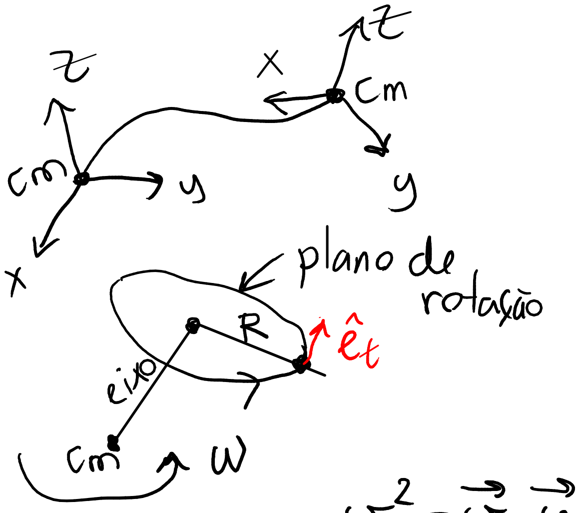
$$dW_{12}(d\vec{F}) = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)\, dm$$

↑ força resultante em dm

$$W_{12}(\vec{F}_{res}) = \sum W_{12}(\vec{F}_{ext}) = \int_{volume} dW_{12}(d\vec{F}) = \frac{1}{2}\int_{volume}(v_2^2 - v_1^2)\, dm$$

$$= E_{c_2} - E_{c_1}$$

energia cinética do corpo = $E_c = \frac{1}{2}\int_{volume} v^2\, dm$



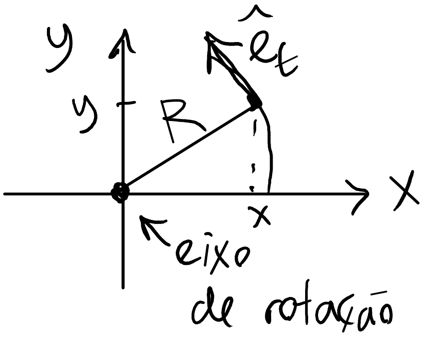
$\vec{r}_P = \vec{r}_{cm} + \vec{r}_{P/cm}$ ← com origem no c.m.

$\vec{v}_P = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{P/cm}$

$\vec{v} = \vec{v}_{cm} + R\omega\hat{e}_t$

$$v^2 = \vec{v}\cdot\vec{v} = \vec{v}_{cm}\cdot\vec{v}_{cm} + R^2\omega^2\hat{e}_t\cdot\hat{e}_t + 2R\omega\,\vec{v}_{cm}\cdot\hat{e}_t$$

$$v^2 = v_{cm}^2 + R^2\omega^2 + 2\omega\,\vec{v}_m\cdot(R\hat{e}_t)$$



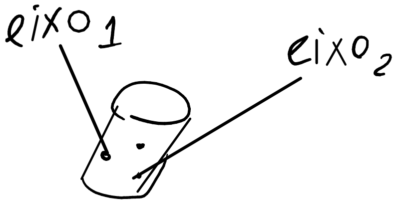
$R = \sqrt{x^2+y^2}$ $\qquad \vec{R} = x\hat{i} + y\hat{j}$

$R\hat{e}_t = -y\hat{i} + x\hat{j}$

$\vec{v}_{cm}\cdot(R\hat{e}_t) = -y\,v_{cm_x} + x\,v_{cm_y}$

$$E_c = \frac{1}{2}\int_{\text{volume}} v_{cm}^2\, dm + \frac{1}{2}\int_{\text{vol.}} R^2\omega^2\, dm + \int_{\text{vol.}} (-y\, v_{cmx} + x\, v_{cmy})\,\omega\, dm$$

$$E_c = \frac{v_{cm}^2}{2}\underbrace{\int_{\text{vol.}} dm}_{m} + \frac{\omega^2}{2}\underbrace{\int_{\text{vol.}} R^2\, dm}_{I_{cm}} - \omega v_{cmx}\underbrace{\int y\, dm}_{y_{cm}=0} + \omega v_{cmy}\underbrace{\int x\, dm}_{x_{cm}=0}$$



$$\boxed{E_c = \underbrace{\frac{1}{2} m v_{cm}^2}_{\text{energia cinética de translação}} + \underbrace{\frac{1}{2} I_{cm}\,\omega^2}_{\text{energia cinética de rotação}}}$$

SISTEMAS CONSERVATIVOS

W_{12}(forças não conservativas) $= 0$

$\Rightarrow \quad E_{m_2} = E_{m_1}$ conservação da energia mecânica

$$W_{12}(\vec{F}_{res}) = W_{12}(\text{conservativas}) = U_1 - U_2$$

$$= \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F}_{res}\cdot d\vec{r} = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}_{res}\cdot \hat{e}_t\, ds = \int_{s_1}^{s_2} F_t\, ds$$

$$\int_{s_1}^{s_2} F_t\, ds = U_1 - U_2 \Rightarrow U \text{ é } -\text{primitiva de } F_t$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{F_t = -\frac{dU}{ds}}$$

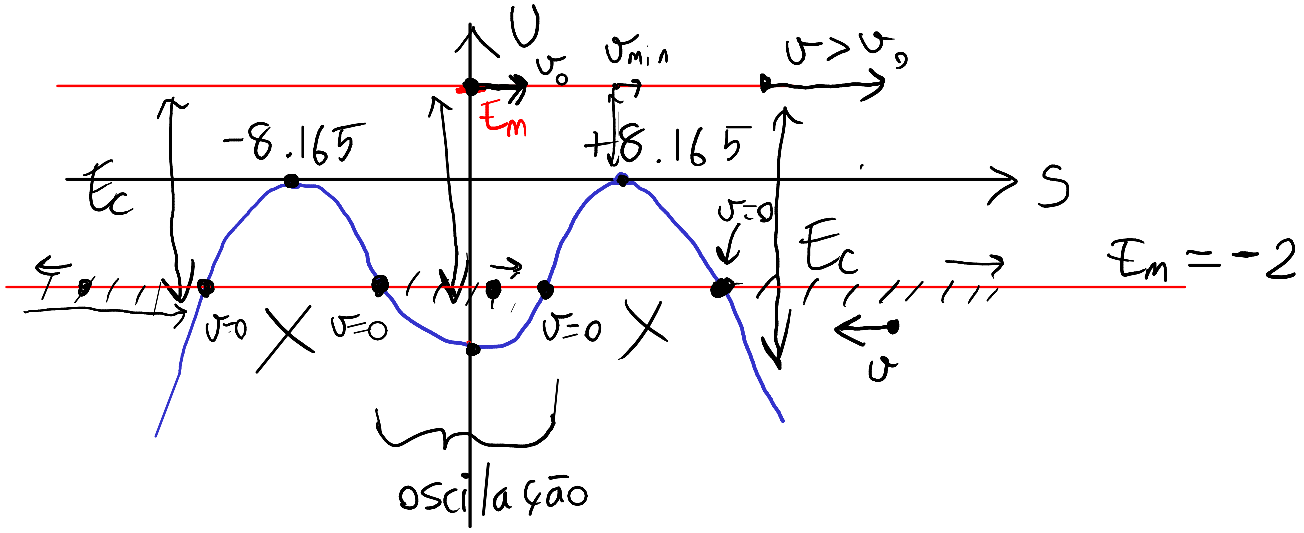
U e F_t são funções de s (posição na trajetória)

Exemplo: problema 1.8 $\quad a_t = -4s(1+ks^2)$

$$F_t = m a_t = -4ms(1+ks^2) \quad \text{(sistema conservativo)}$$

$$U = -\int F_t \, ds = 4m\int s(1+ks^2)\, ds$$

alínea c: $k = -0.015$



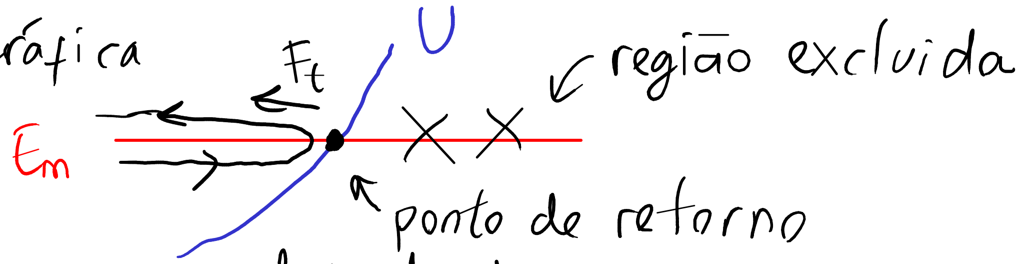
$$E_m = E_c + U = \frac{1}{2}mv^2 + U = \text{constante}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_m - U \geq 0 \implies E_m \geq U$$

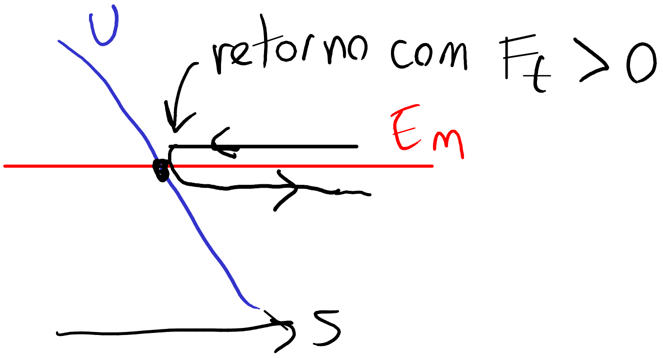
Se $E_m = -2$, o objeto não pode estar onde $E_m < U$

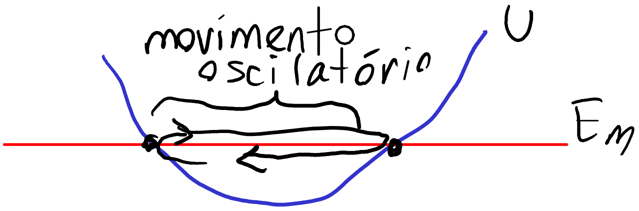
onde $E_m = U \implies E_c = 0 \implies v = 0$

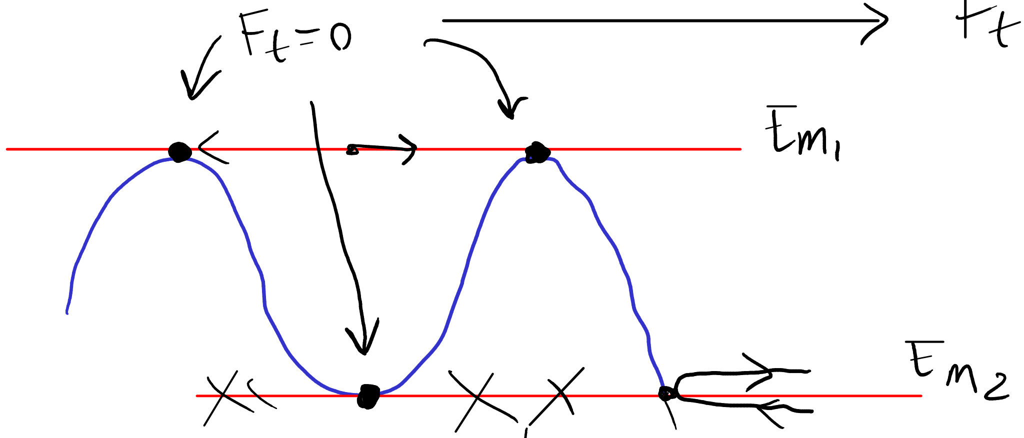
análise gráfica



derivada $\frac{dU}{ds} > 0 \implies F_t < 0$







$$F_t = -\frac{dU}{ds} = 0$$

pontos de equilíbrio: máximos ou mínimos de U

$v = 0$ e $a_t = 0$

$\Rightarrow$ repouso