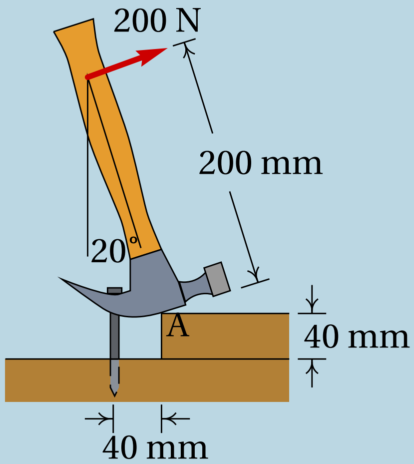
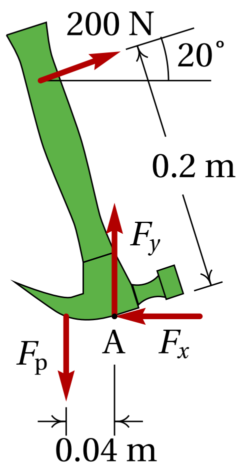
5 Dinâmica dos corpos rígidos

Problema 1
O martelo na figura apoia-se sobre um bloco de madeira de 40 mm de espessura, para facilitar a extração do prego. Sabendo que é necessária uma força de 200 N (perpendicular ao martelo) para extrair o prego, calcule a força sobre o prego e a reação no ponto A. Admita que o peso do martelo pode ser desprezado e em A existe suficiente atrito para evitar que o martelo escorregue.



Para extrair o prego sem dobrá-lo, o martelo é usado para produzir uma força F_p sobre o prego, que aponta para cima. A reação dessa força é a força que o prego exerce sobre o martelo, que tem o mesmo módulo F_p, mas aponta para baixo, como se mostra no diagrama de corpo livre do martelo ao lado. O peso do martelo foi ignorado e a força de reação no ponto A foi dividida nas suas componentes F_x e F_y para facilitar os cálculos.



Se o prego é extraído lentamente e com velocidade uniforme, as acelerações tangencial e normal do martelo são ambas nulas e, como tal, o martelo é um sistema em equilíbrio. Assim sendo, a soma dos momentos das forças externas, em relação a qualquer ponto, é nula. Em relação ao ponto A, unicamente as forças de 200 N e F_p produzem momento e tem-se que

$$0.04\,F_\text{p} - 0.2\times 200 = 0 \quad\Longrightarrow\quad F_\text{p} = 1000\,\text{N}$$

A soma das componentes horizontais das forças deve ser nula

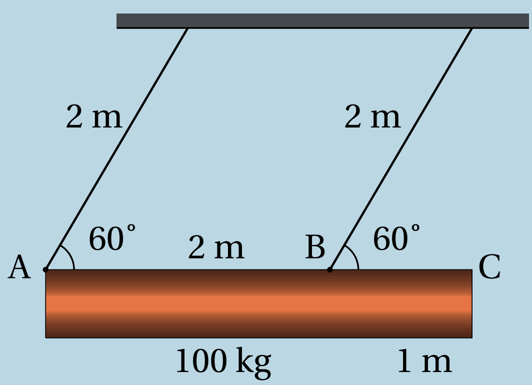
$$200\,\cos 20^\circ - F_x = 0 \quad\Longrightarrow\quad F_x = 187.9\,\text{N}$$

E a soma das componentes verticais também

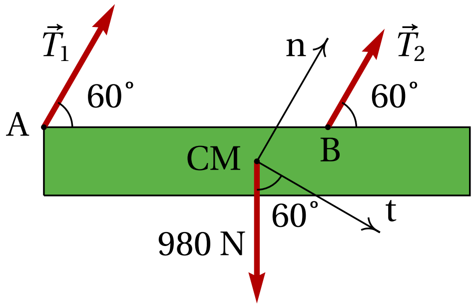
$$200\,\sin 20^\circ + F_y - F_\text{p} = 0 \quad\Longrightarrow\quad F_y = 931.6\,\text{N}$$

Problema 5

Um tronco uniforme tem forma cilíndrica com 48 cm de diâmetro, 3 m de comprimento, massa de 100 kg e está pendurado em posição horizontal, por meio de dois cabos de 2 m, como mostra a figura. O tronco larga-se a partir do repouso na posição em que cada cabo faz um ângulo de 60° com a horizontal. Determine a tensão e a aceleração angular de cada um dos cabos, no preciso instante em que o tronco é largado a partir do repouso.



A figura seguinte mostra o diagrama de corpo livre do tronco, onde $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ são as tensões nos dois cabos e o centro de massa encontra-se no centro do tronco. Como o tronco permanece sempre em posição horizontal, a sua velocidade angular é nula; o movimento do tronco é então translação sem rotação, em que as trajetórias de todos os pontos do tronco são arcos de círculo perpendiculares aos dois cabos.



É conveniente usar o sistema de eixos tangencial e normal indicados no diagrama, com a origem no centro de massa. As equações para este sistema são 3: a soma das componentes tangenciais das forças externas é igual à massa vezes a aceleração tangencial, a soma das componentes normais das forças é igual à massa vezes a aceleração normal, que no instante inicial é zero, porque a velocidade inicial é nula e a soma dos momentos das forças externas em relação à origem (centro de massa) é zero. As duas primeiras equações são então

$$980\cos 60^\circ = 100\,a_t \qquad T_1 + T_2 - 980\sin 60^\circ = 0$$

E a soma dos momentos em relação à origem é

$$\begin{vmatrix} -1.5 & 0.24 \\ T_1\cos 60^\circ & T_1\sin 60^\circ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0.5 & 0.24 \\ T_2\cos 60^\circ & T_2\sin 60^\circ \end{vmatrix} = 0$$

$$(0.5\,T_2 - 1.5\,T_1)\sin 60^\circ - 0.24\,(T_1 + T_2)\cos 60^\circ = 0$$

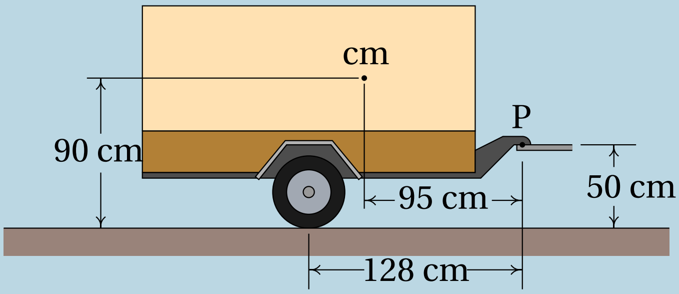
A solução destas 3 equações é a seguinte

```
(%i1) float (solve ([9.8*cos(%pi/3)=at, T1+T2-980*sin(%pi/3)=0,
   (0.5*T2-1.5*T1)*sin(%pi/3)-0.24*(T1+T2)*cos(%pi/3)=0]));
(%o1)     [[ T2 = 695.3, T1 = 153.4, at = 4.9 ]]
```

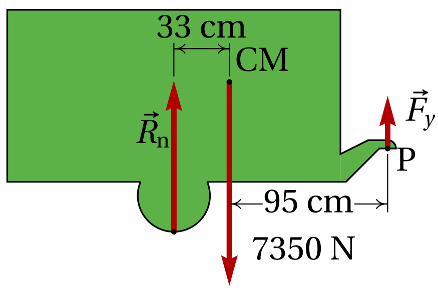
Os extremos dos dois cabos, nos pontos A e B, têm a mesma aceleração tangencial do tronco, igual a 4.9 m/s^2. Assim sendo, a aceleração angular dos cabos é igual a essa aceleração tangencial, dividida pelo comprimento dos cabos (2 m), ou seja

$$\alpha = 2.45\,\mathrm{rad/s^2}$$

Problema 7
A massa do reboque na figura é 750 kg e está ligado no ponto P a uma trela de um automóvel. A estrada é horizontal e os dois pneus idênticos podem ser considerados como um só, com uma única reação normal e força de atrito desprezável; a resistência do ar também será desprezada. (*a*) Calcule a reação normal nos pneus e a força vertical no ponto P, quando a velocidade for constante. (*b*) Quando o automóvel estiver a acelerar, com $a_t = 2\ \text{m/s}^2$, a força em P terá componentes horizontal e vertical. Calcule essas componentes e a reação normal nos pneus (o momento de inércia das rodas e o atrito com a estrada são desprezáveis).



(*a*) A figura mostra o diagrama de corpo livre do reboque. Como a velocidade é constante, o reboque está em equilíbrio. A reacção normal, R_n, pode ser calculada somando os momentos em relação ao ponto P, que deve ser igual a zero

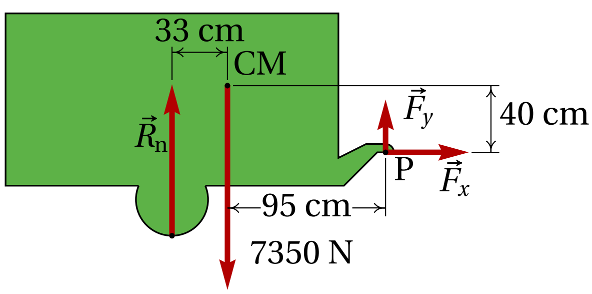


$$95 \times 7350 - 128\, R_n = 0 \quad \Longrightarrow \quad R_n = 5455\ \text{N}$$

E a força em P, F_y, encontra-se a partir da soma dos momentos em relação ao ponto de contacto entre o pneu e a estrada

$$128\, F_y - 33 \times 7350 = 0 \quad \Longrightarrow \quad F_y = 1895\ \text{N}$$

(*b*) A figura ao lado mostra o diagrama de corpo livre do reboque, quando está a acelerar. Como a aceleração é na direcção x (horizontal) e o reboque não roda, a soma das componentes x das forças deve ser igual a $m\, a$, a soma



das componentes y (verticais) das forças deve ser nula e a soma dos momentos em relação ao centro de massa deve ser nula:

$$F_x = 750 \times 2 = 1500\ \mathrm{N}$$
$$R_n + F_y - 7350 = 0$$
$$33\,R_n - 95\,F_y - 40\,F_x = 0$$

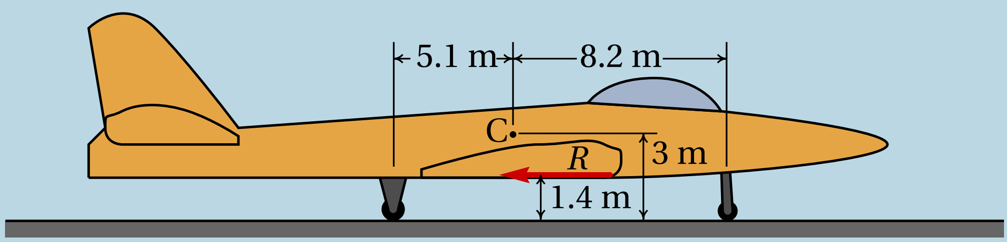
A solução da segunda e terceira equações conduz aos valores de reação normal e da componete vertical da força em P:

```
(%i2) float (solve ([Rn+Fy-7350=0, 33*Rn-95*Fy-40*1500=0]));
```

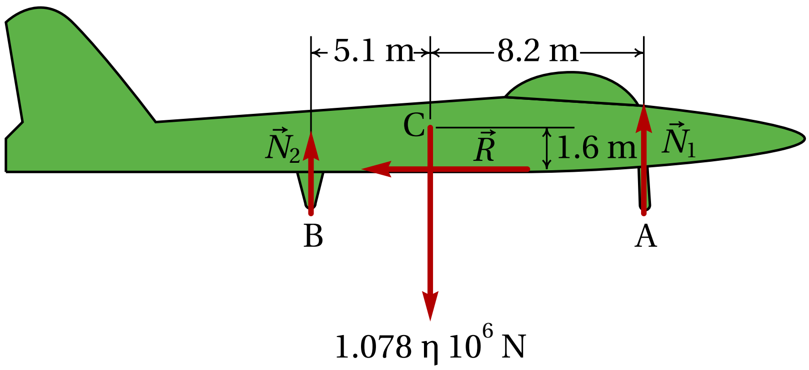
(%o2) $[[\,Rn = 5923.8,\ Fy = 1426.2\,]]$

Problema 8

O avião na figura, com massa total de 1.1×10^5 kg, aterra numa pista horizontal. O ponto C representa o centro de gravidade. No instante em que a velocidade é de 210 km/h (para a direita), o piloto liga as turbinas em modo inverso, produzindo a força constante R (representada na figura) e após ter precorrido 580 m na pista a velocidade diminui para 70 km/h. Durante esse percurso, as forças de atrito nos pneus e a resistência do ar podem ser ignoradas, em comparação com a força R que é muito maior. Calcule a reação normal na roda da frente.



A figura seguinte mostra o diagrama de corpo livre do avião, onde $\vec{N}_1$ é a reação normal na roda da frente e $\vec{N}_2$ é a soma das reações normais nas duas rodas traseiras.



Como o movimento do avião é acelerado mas sem rotação, as expressões da soma das componentes horizontais e verticais das forças e da soma dos momentos em relação ao centro de massa são:

$$R = m\,a_\text{t}$$
$$N_1 + N_2 - 1.078 \times 10^6 = 0$$
$$8.2\,N_1 - 5.1\,N_2 - 1.6\,R = 0$$

Como a força R permanece constante, a primeira equação implica que a aceleração também é constante e pode integrar-se a equação que relaciona a aceleração com a velocidade e a posição

$$a_\text{t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}s}$$
$$a_\text{t}\int_0^{580}\mathrm{d}s = \int_{210/3.6}^{70/3.6} v\,\mathrm{d}v$$
$$580\,a_\text{t} = \frac{1}{2\times 3.6^2}\left(70^2 - 210^2\right)$$
$$a_\text{t} = -2.61\ \text{m/s}^2$$

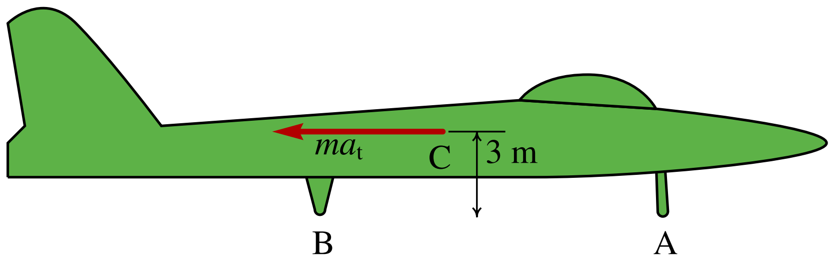
O sinal negativo indica que é no sentido oposto à velocidade. Como tal,

$$R = 1.1\times 10^5 \times 2.61 = 287\times 10^3\ \text{N}$$

Substituindo esse valor na equação da soma dos momentos, pode resolver-se o sistema de duas equações para N_1 e N_2. Mas outra forma mais direta de obter N_1 consiste em escrever a equação para a soma dos momentos em relação ao ponto B:

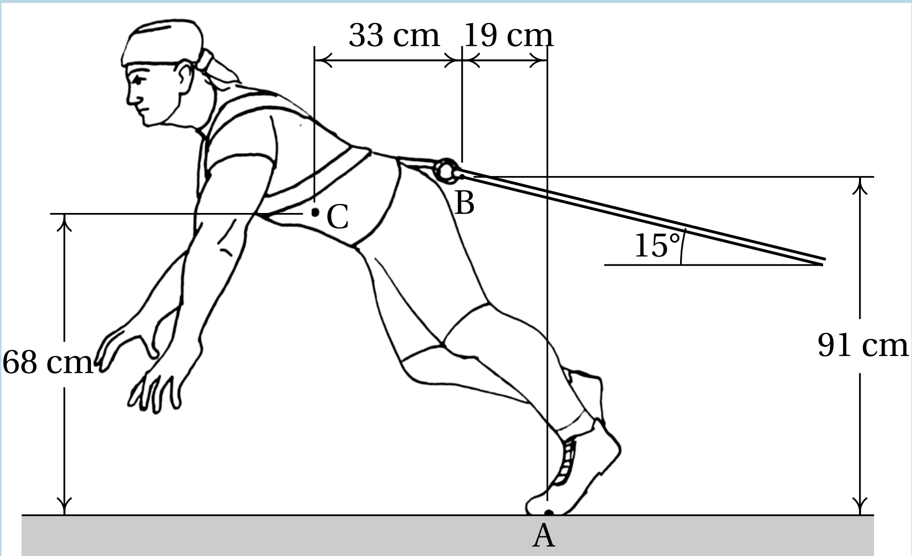
$$13.3\,N_1 - 5.1\times 1.078\times 10^6 + 1.4\times 287\times 10^3 = 3\times 287\times 10^3$$
$$\Longrightarrow \qquad N_1 = 448\times 10^3\ \text{N}$$

Observe-se que a soma dos momentos em relação a um ponto diferente do centro de massa não é nula, mas é igual ao momento da força resultante, colocada no centro de massa, em relação a esse ponto. Ou seja, a equação anterior obteve-se comparando as forças no diagrama de corpo livre com o seguinte sistema equivalente:

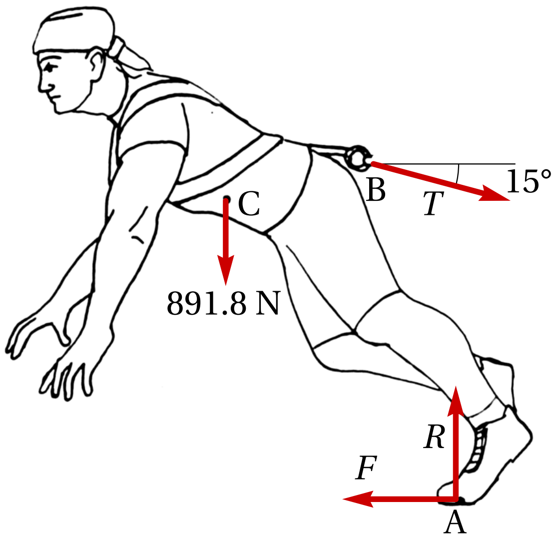


Como os dois sistemas de forças são equivalentes, o momento em relação a qualquer ponto, em particular B, tem de ser igual nos dois sistemas.

Problema 9
Um atleta com massa de 91 kg puxa um camião numa estrada horizontal, com velocidade constante, por meio de uma corda amarrada às suas costas. A figura mostra as posições relativas do centro de gravidade do atleta, C, do ponto de apoio do seu pé com o chão, A, e do ponto de ligação com a corda, B. (*a*) Calcule o módulo da tensão na corda. (*b*) Faça um diagrama com as forças que julga que poderão estar a atuar no camião.



(a) As forças externas sobre o atleta são o seu peso, de 891.8 N, a tensão na corda, $\vec{T}$, a reação normal do chão, $\vec{R}$, e a força de atrito estático no chão, $\vec{F}$:



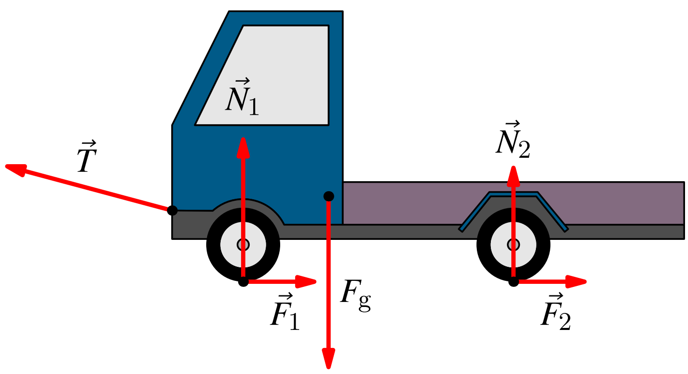
A soma dos binários em qualquer ponto deve ser nula. Somando as forças no ponto A, as forças $\vec{R}$ e $\vec{F}$ não produzem nenhum binário e a soma dos binários de do peso e de T em A é:

$$0.52 \times 891.8 + 0.19\, T \sin(15^\circ) - 0.91\, T \cos(15^\circ) = 0$$

como tal, a tensão na corda é:

$$T = \frac{0.52 \times 891.8}{0.91 \cos(15^\circ) - 0.19\, T \sin(15^\circ)} = 559 \text{ N}$$

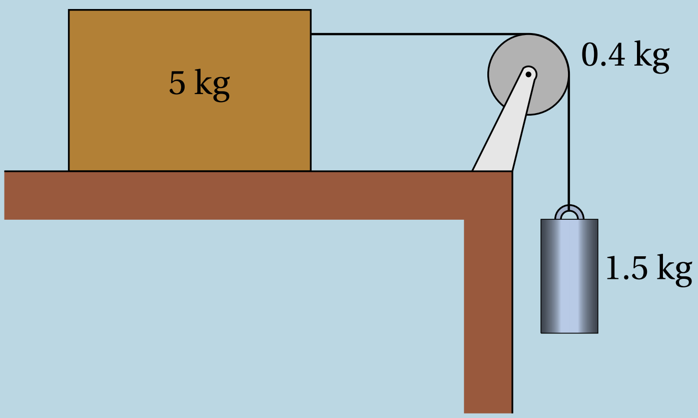
(b) As forças sobre o camião são a tensão na corda, o peso total do camião e da sua carga, e as reações normais e forças de atrito nos pneus. A direção e sentido dessas forças está indicado no diagrama seguinte:



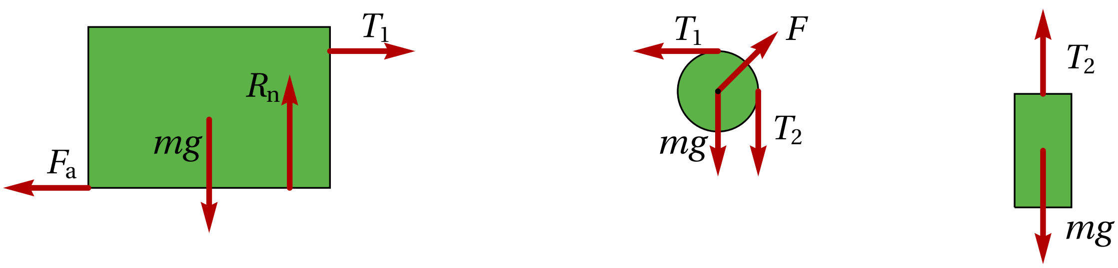
O atrito é estático e as forças de atrito apontam na direção oposta ao movimento, porque nenhuma das rodas tem tração. A força da resistência do ar foi desprezada, porque a velocidade deverá ser muito baixa, mas se fosse considerada teria a mesma direção e sentido das forças de atrito.

Problema 10

O cilindro de 1.5 kg na figura desce verticalmente, fazendo acelerar o bloco de 5 kg sobre a mesa horizontal. A roldana pode ser considerada um disco uniforme de massa 0.4 kg. O fio faz rodar a roldana, sem deslizar sobre a sua superfície. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a mesa é 0.2. Determine o valor da aceleração do bloco e do cilindro, desprezando o atrito no eixo da roldana, a massa do fio e a resistência do ar.



A figura seguinte mostra os diagramas de corpo livre do bloco, da roldana e do cilindro:



Há quatro forças a atuar no bloco: o peso, mg, a reação normal, R_n, a tensão no fio, T_1, e a força de atrito, F_a (diagrama ao lado). Como não há aceleração na vertical, a soma das forças verticais é nula, ou seja, R_n é igual ao peso, igual a 49 N. Como o atrito é cinético, a força de atrito é igual $0.2\,R_\text{n} = 9.8$ N e a soma das forças horizontais é

$$T_1 - 9.8 = 5\,a \quad\Longrightarrow\quad T_1 = 9.8 + 5\,a$$

Na roldana atuam 4 forças: o peso, as tensões nos dois lados do fio, T_1 e T_2, e uma força F no eixo. Se r for o raio da roldana, o seu momento de inércia, em relação ao seu eixo, é $m\,r^2/2 = 0.2\,r^2$. Como o fio não desliza sobre a roldana, então a aceleração angular é igual a a/r, onde a é a aceleração do bloco e do cilindro. A equação de movimento para a roldana é:

$$(T_2 - T_1)\,r = 0.2\,r^2\left(\frac{a}{r}\right)$$

E substituindo a expressão já obtida para a tensão T_1 obtém-se,

$$T_2 = 9.8 + 5.2\,a$$

No cilindro atuam o peso e a tensão T_2 no fio e a equação de movimento é:

$$14.7 - T_2 = 1.5\,a$$

E substituindo a expressão obtida para a tensão T_2 obtém-se,

$$14.7 = 9.8 + 6.7\,a \quad\Longrightarrow\quad a = 0.7313\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$