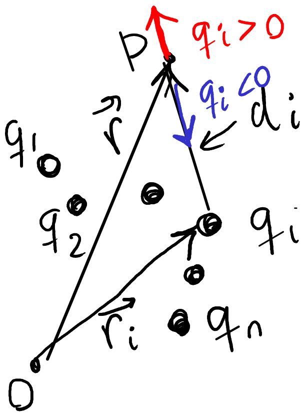
CAMPO ELÉTRICO DE CARGAS PONTUAIS



$$E_i = \frac{k|q_i|}{d_i^2} \qquad d_i = |\vec{r}-\vec{r}_i|$$

direção de $\vec{r}-\vec{r}_i$ e o mesmo sentido se $q_i>0$, o sentido oposto, se $q_i<0$

$$\hat{e}_{d_i} = \frac{\vec{r}-\vec{r}_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|}$$

$$\vec{E}_i = \frac{k q_i (\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \sum_{i=1}^{n} \frac{k q_i (\vec{r}-\vec{r}_i)}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}}$$

coord. cartesianas

$$E_x = \sum_{i=1}^{n} \frac{k q_i (x-x_i)}{\left((x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right)^{3/2}}$$

semelhante para E_y e E_z

FLUXO ELÉTRICO

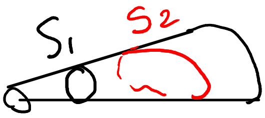
$\vec{v}$ ← campo de velocidades dum fluido incompressível

superfície S

Ψ_S = fluxo através de S = volume de fluido que passa através de S, por unidade de t.

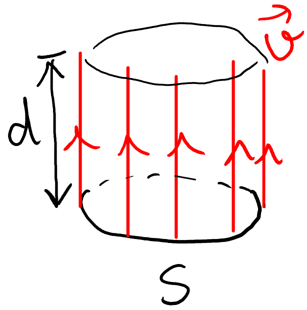
tubo de fluxo da superfície S.

Se no tubo de fluxo não há nem entrada nem saída de fluido $\Rightarrow$ Ψ_S é o mesmo em qualquer do tubo.



← tubo

$$\Psi_{S_2} = \Psi_{S_1}$$

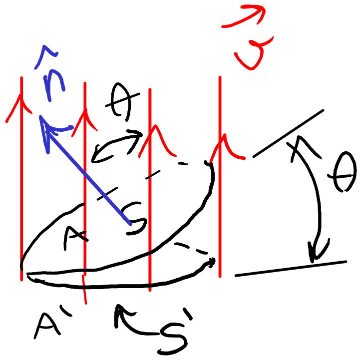


① caso de S perpendicular ao campo, e campo constante.

$$\Rightarrow \quad \Psi_S = Ad \qquad \left(\begin{array}{l} A = \text{área de } S \\ d = \text{distância que o fluido percorre em } t=1 \end{array} \right.$$

$$d = v$$

$$\boxed{\Psi_S = Av}$$



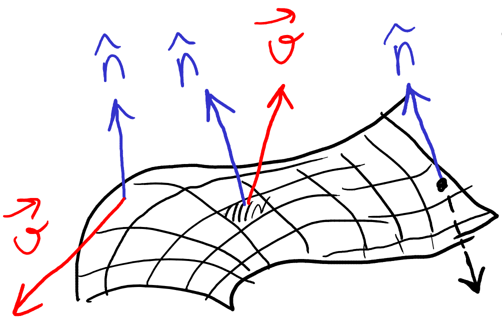
② $\vec{v}$ constante e S inclinada θ em relação a $\vec{v}$.

$$\Psi_S = \Psi_{S'} = A' v$$

$$A' = A\cos\theta \qquad \theta = \measuredangle(\vec{v}, \hat{n})$$

$$\Psi_S = Av\cos\theta = A\,\vec{v}\cdot\hat{n}$$

$\hat{n}$ = versor normal a S



S

③ caso geral

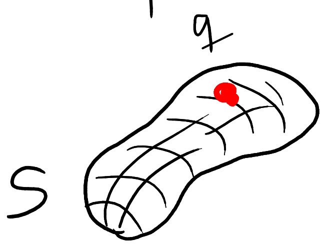
$$\Psi_S = \iint_S (\vec{v}\cdot\hat{n})\, dA$$

fluxo de qualquer campo vetorial contínuo

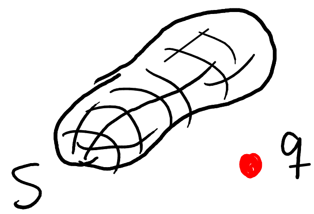
$$\boxed{\Psi_S = \iint_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\, dA}$$

LEI DE GAUSS

válida para superfícies fechadas S. Seja uma carga pontual q

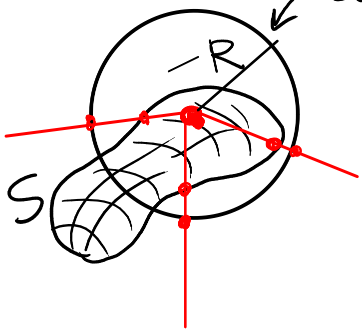


ⓐ q dentro



ⓑ q fora

ⓐ $\Psi_S = ?$



S_e = superfície esférica de raio R, com centro em q.

S e S_e no mesmo tubo de fluxo

se S for fechada, define-se $\Psi_S > 0$, se for para fora, e $\Psi_S < 0$ se o fluxo for para dentro

$$q = \begin{cases} > 0 \rightarrow \Psi_S > 0 \\ < 0 \rightarrow \Psi_S < 0 \end{cases} \qquad \Psi_S = \Psi_{S_e}$$

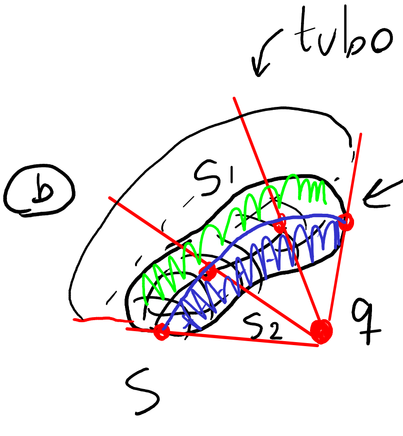
módulo de $\vec{E}$ em S_e : $\quad E = \dfrac{k|q|}{R^2}$

e $\vec{E}$ é perpendicular a S_e.

$$\Rightarrow \Psi_{S_e} = \pm E A_{S_e} = \pm \left(\frac{k|q|}{\cancel{R^2}}\right)\left(4\pi \cancel{R^2}\right)$$

$$\boxed{\Psi_S = 4\pi k q} \qquad (q \text{ dentro } S)$$

(b)

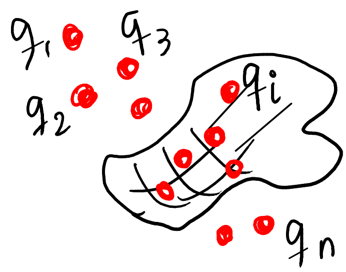


linhas de campo tangentes a S

$$|\Psi_{S_1}| = |\Psi_{S_2}| \quad \text{(mesmo tubo)}$$

$$\Psi_{S_1} = -\Psi_{S_2}$$

$$\Rightarrow \Psi_S = \Psi_{S_1} + \Psi_{S_2} = 0 \qquad \boxed{\Psi_S = 0} \quad q \text{ fora de } S$$



S fechada

$$\Psi_S = \iint_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\, dA$$

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

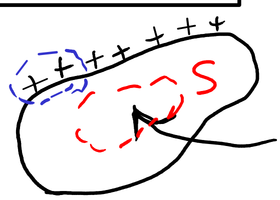
$$\Psi_S = \sum_{i=1}^{n} \Psi_i \qquad \Psi_i = \iint_S (\vec{E}_i\cdot\hat{n})\, dA = \begin{cases} 0, & q_i \text{ fora de } S \\ 4\pi k q_i, & q_i \text{ dentro} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Psi_S = \sum_{q_i \text{ dentro de } S} \Psi_i = 4\pi k \sum_{q_i \text{ dentro de } S} q_i$$

lei de Gauss $\boxed{\Psi_S = 4\pi k\, q_{int}}$

q_{int} = carga no interior de S

Aplicação:



condutor com carga total Q (isolado)

$\vec{E}$ nulo dentro do condutor

S, fechada dentro do condutor $\Rightarrow \Psi_S = 0 \quad (\vec{E} = \vec{0})$

lei de Gauss $\Rightarrow$ $q_{int} = 0$ $\Rightarrow$ Q apenas na fronteira do condutor.

toda a carga Q distribui-se na superfície do condutor

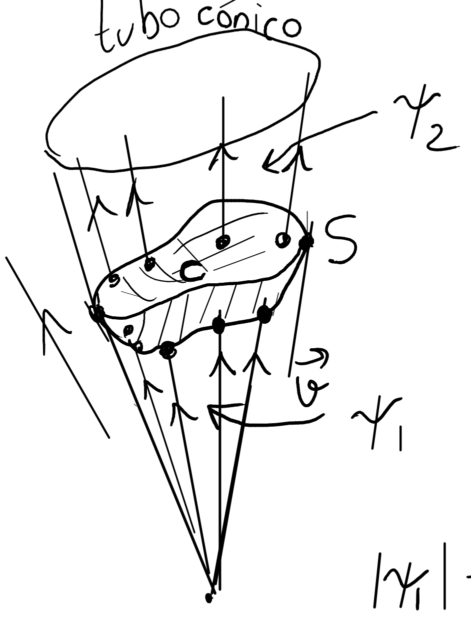
se houver dielétrico com constante K em S:

$$k \to \frac{k}{K}$$

$$\Rightarrow \Psi_S = \frac{4\pi k}{K} q_{int}$$

Pergunta: porque é que no caso b divide-se S assim?

Resposta: para demonstrar que o fluxo total é nulo. Pense no caso dum fluido. Cada linha de campo que atravessa S entra em S num ponto (fluxo negativo) e sai noutro ponto (fluxo positivo). As linhas que tocam S em apenas um ponto (sem atravessar) definem uma curva C que separa os pontos onde há linhas a sair, dos pontos onde há linhas a entrar.



$\Psi_1 < 0$ (entra fluido em S)

$\Psi_2 > 0$ (sai fluido de S)

$|\Psi_1| = |\Psi_2|$ dentro do mesmo tubo