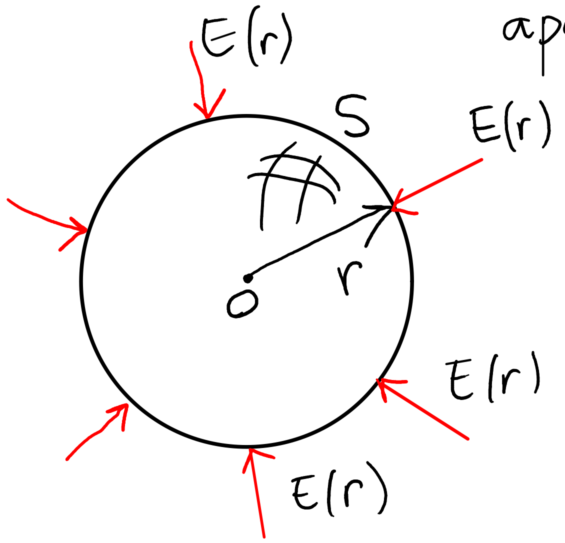
DISTRIBUIÇÕES SIMÉTRICAS DE CARGA

Simetria esférica. $\vec{E}$ perpendicular a qualquer esfera centrada na origem e E depende apenas de r.



$$\Phi_S = \iint_S (\vec{E}\cdot\hat{n})\,dA = \iint_{S\,(\text{esfera};\, r\ \text{const.})} E\,dA$$

$$= E\iint_S dA$$

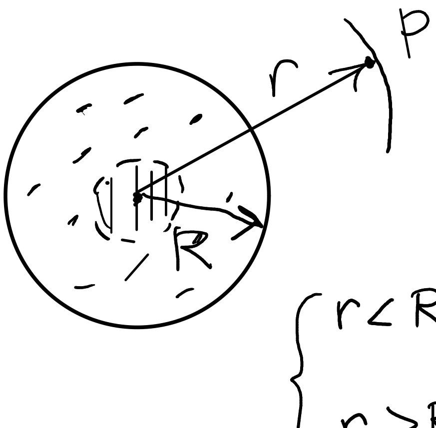
$$\Rightarrow \Phi_S = E\,A$$

mas, pela lei de Gauss $\Rightarrow \Phi_S = 4\pi k\, q_{int}$.

$$\Rightarrow \quad \boxed{E(r) = \frac{4\pi k\, q_{int}}{A}} \quad 0 \leq r$$

① Esfera condutora, isolada, de raio R e com carga Q.

A carga distribui-se uniformemente na superfície



$\Rightarrow$ simetria esférica.

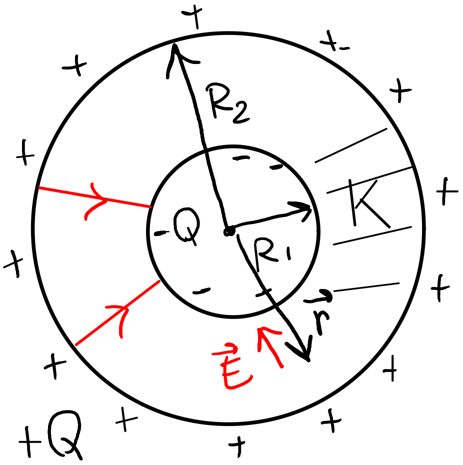
$$E(r) = \frac{4\pi k\, q_{int}}{A}$$ ← esfera de raio r concêntrica

$$\begin{cases} r < R \Rightarrow q_{int} = 0 \Rightarrow E(r) = 0 \\ r > R \Rightarrow q_{int} = Q \Rightarrow E(r) = \dfrac{4\pi k Q}{4\pi r^2} \end{cases}$$

$$E(r) = \begin{cases} 0, & r < R \\ \dfrac{kQ}{r^2}, & r < R \end{cases}$$ (como se Q estivesse no centro)

$\vec{E}$ radial

② Condensador esférico. 2 esferas condutoras, de raios R_1 e R_2 ($R_1 < R_2$) e cargas $+Q$ e $-Q$.



$\Rightarrow$ simetria esférica

$$E(r) = \frac{4\pi k\, q_{int}}{K\, A}$$

K ← dieletrico em r

ⓐ $r < R_1 \Rightarrow q_{int} = 0 \Rightarrow E(r) = 0$

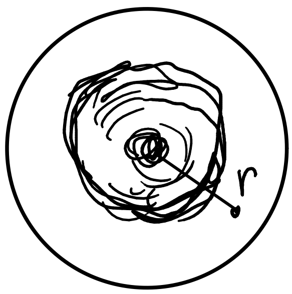
ⓑ $R_1 < r < R_2 \Rightarrow q_{int} = -Q \Rightarrow E(r) = \dfrac{4\pi k(-Q)}{K(4\pi r^2)}$

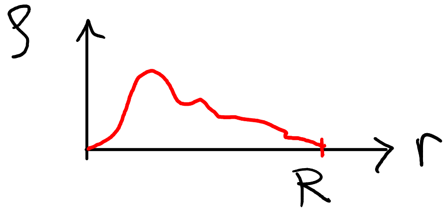
$$E(r) = -\frac{kQ}{Kr^2}$$ (− indica sentido oposto a $\vec{r}$)

ⓒ $r > R_2 \Rightarrow q_{int} = -Q + Q = 0 \Rightarrow E(r) = 0$

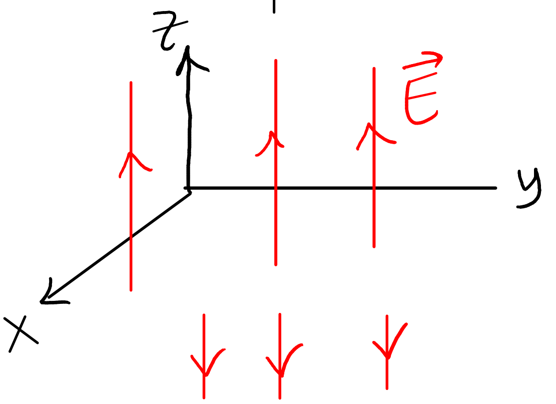
③ esfera isoladora, com carga distribuida em função de r

ρ = carga volúmica
$= f(r)$





Simetria plana. $\vec{E}$ perpendicular a um plano (linhas de campo paralelas) e E depende apenas da distância até o plano.

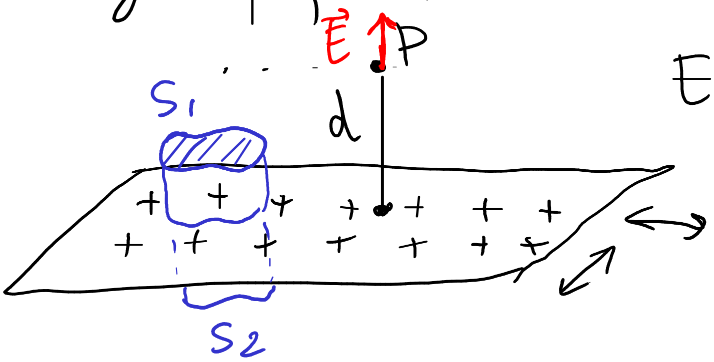


se o plano for xy

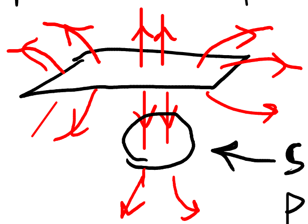
$\Rightarrow \vec{E} = E(z)\,\hat{k}$ $\quad E > 0$ ou $E < 0$

① Plano "infinito", com carga distribuída uniformemente

carga superficial $= \sigma =$ constante $\Rightarrow$ simetria plana

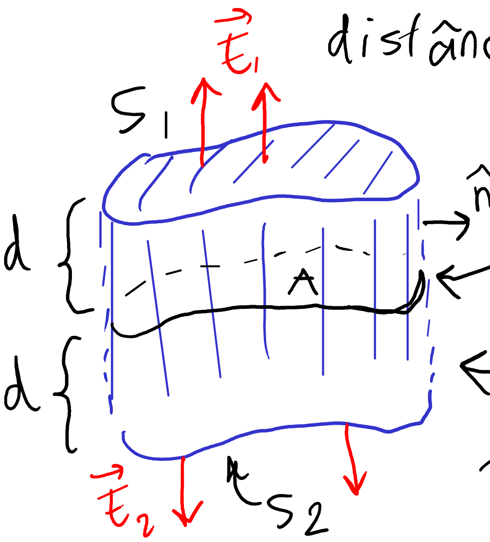


$E(d)$ se d for muito menor que o tamanho do plano $\Rightarrow$ plano $\approx$ infinito



$\leftarrow$ simetria plano

S_1 e S_2 = superfícies iguais nos dois lados do plano, à mesma distância d do plano.



$E_1 = E_2$

$\leftarrow$ carga σ = constante

$\leftarrow S$ = cilindro com tampas S_1 e S_2

$\Psi_S = \Psi_{S_1} + \Psi_{S_2} + \Psi_{\text{parede lateral}}$

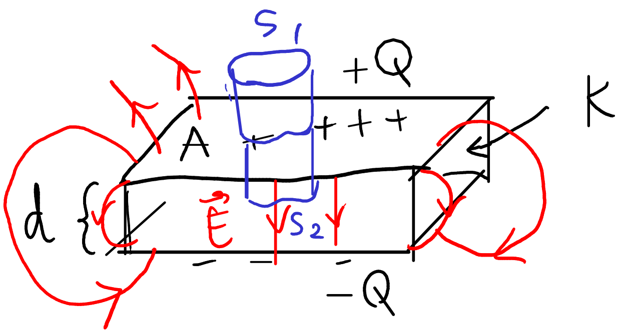
$\Psi_s = EA + EA + 0 \leftarrow \vec{E}$ perpendicular a $\hat{n}$

$\Psi_s = 2E(d)A \qquad q_{int} = \sigma A$

lei de Gauss: $2E\cancel{A} = 4\pi k(\sigma \cancel{A})$

$$\boxed{E_{plano} = 2\pi k \sigma}$$

② Condensador plano

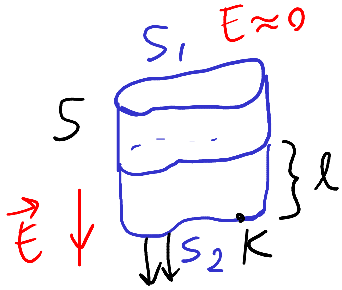


Se d for muito menor que as arestas das armaduras

≈ simetria plana

S = cilindro com tampas S_1 e S_2 a uma distância ℓ da armadura com carga +Q

ⓐ $\ell < d$



$\Psi_{s_2} = EA \qquad \Psi_{s_1} = 0$

$\Psi_{lateral} = 0$

$\Psi_s = EA \qquad q_{int} = \sigma A$

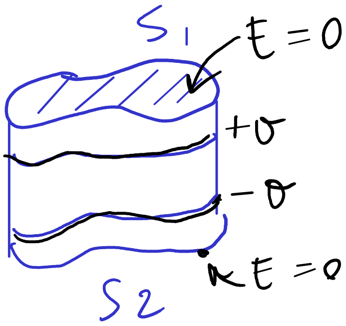
$$\Rightarrow \quad EA = \frac{4\pi k(\sigma A)}{K} \quad \Rightarrow \quad \boxed{E = \frac{4\pi k \sigma}{K}}$$

$$\Delta V = \int_1^2 E\,ds = Ed = \frac{4\pi k \sigma d}{K} = \frac{4\pi k Q d}{K A}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{KA}{4\pi k d}$$

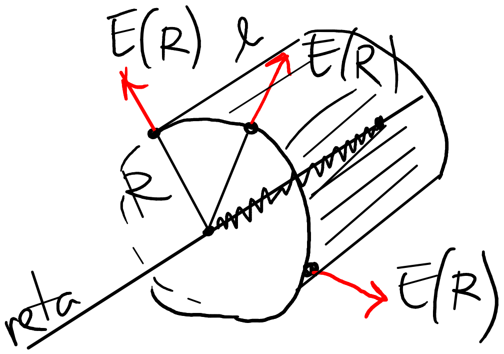
(b)

$\ell > d$



$q_{int} = 0 \Rightarrow E = 0$

Simetria cilíndrica. $\vec{E}$ perpendicular a uma reta e E depende apenas da distância R até essa reta.



S = cilindro com comprimento ℓ, raio R, e eixo na reta.

$$\Psi_S = \Psi_{tampas} + \Psi_{parede\,lateral}$$

$$= \underset{\downarrow}{0} + \iint_{parede} E(R)\,dA$$

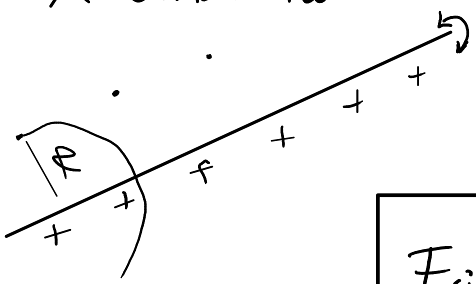
$$\Psi_S = E(R)(2\pi R \ell)$$

lei de Gauss: $\quad 2\pi R \ell E = 4\pi k\, q_{int}$

$$E = \frac{2k\, q_{int}}{R\ell}$$

Exemplo: fio reto, muito comprido, com carga linear λ constante.

$\Rightarrow$ simetria cilíndrica



q_{int} = carga num pedaço do fio de compr. $\ell = \lambda \ell$

$$\boxed{E_{fio} = \frac{2k\lambda}{R}}$$