PROCESSAMENTO DE SINAIS

sinal → função que depende de t (voltagem $V(t)$ ou corrente $I(t)$)

<u>Sistemas de processamento de sinais</u>: circuito elétrico com apenas uma fonte (sinal de entrada) e várias resistências, condensadores e indutores.

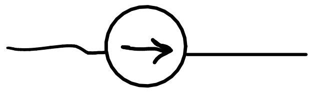
fonte de tensão

$V_e(t) = V_+ - V_-$

↓

$I(t)$ depende do circuito

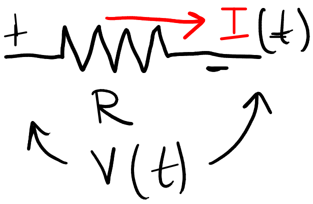
fonte de corrente



$I_e(t)$

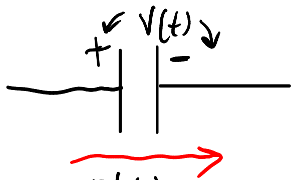
$V(t)$ depende do circuito

① Resistências:



$$\boxed{V(t) = R\,I(t)}$$

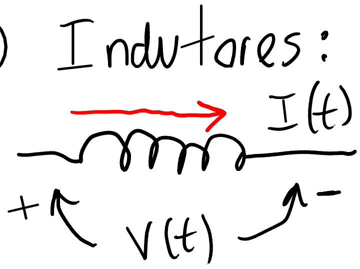
② Condensadores:



$$Q(t) = C\,V(t) \qquad (I = \dot{Q})$$

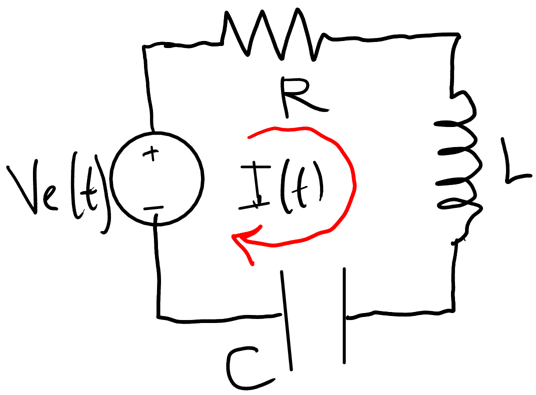
$$\boxed{I(t) = C\,\dot{V}(t)}$$

③ Indutores:



$$\boxed{V(t) = +L\dot{I}(t)}$$

Exemplo 1. Circuito RLC, em série, com fonte de tensão variável.



entrada $\rightarrow$ $V_e(t)$

saída $\rightarrow$ $I(t)$

uma malha com equação:

$$L\dot{I} + RI + \frac{Q}{C} = V_e \qquad (I = \dot{Q})$$

$$\Rightarrow \boxed{L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{I}{C} = \dot{V}_e}$$

permite determinar $I(t)$ para uma $V_e(t)$ dada

E.D.O. linear, 2ª ordem, com coeficientes constantes

Resolução por transformada de Laplace

$$\mathcal{L}\{I(t)\} = \tilde{I}(s) = \int_0^\infty I(t)e^{-st}\,dt$$

unidades de s $= t^{-1}$

$$\Rightarrow \mathcal{L}\{\dot{I}\} = \int_0^\infty \dot{I}e^{-st}\,dt = s\tilde{I} - I_0 \leftarrow I(t=0)$$

$$\mathcal{L}\{\ddot{I}\} = s\,\mathcal{L}\{\dot{I}\} - \dot{I}_0 = s^2\tilde{I} - sI_0 - \dot{I}_0$$

EDO $\rightarrow$ $L(s^2\tilde{I} - sI_0 - \dot{I}_0) + R(s\tilde{I} - I_0) + \frac{\tilde{I}}{C} = s\tilde{V}_e - V_e(0)$

equação algébrica

$$\left(Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}\right)\tilde{I} = s\tilde{V}_e - V_e(0) + LsI_0 + L\dot{I}_0 + RI_0$$

$$\Rightarrow \tilde{I} = \frac{s\tilde{V}_e - V_e(0) + LsI_0 + L\dot{I}_0 + RI_0}{Ls^2 + Rs + \frac{1}{C}}$$ ← função de s

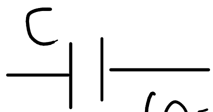
a transformada inversa $\mathcal{L}^{-1}\{\dots\}$ dá $I(t)$

DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA s ← ($Hz = s^{-1}$)

domínio de t — domínio de s

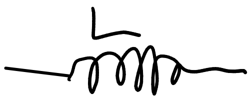
① 

$V(t) = RI(t) \rightarrow \tilde{V} = R\tilde{I}$

② 

($Q=0$, em $t=0$)

$\dot{V} = \frac{I}{C} \rightarrow s\tilde{V} = \frac{\tilde{I}}{C}$

③ 

($I=0$ em $t=0$)

$V = L\dot{I} \rightarrow \tilde{V} = Ls\tilde{I}$

IMPEDÂNCIA

$$\boxed{\tilde{V} = Z(s)\,\tilde{I}}$$

lei de Ohm generalizada

$Z(s)$ = impedância

$$Z(s) = \begin{cases} R\text{, nas resistências} \\ \frac{1}{Cs}\text{, nos condensadores} \\ Ls\text{, nos indutores} \end{cases}$$

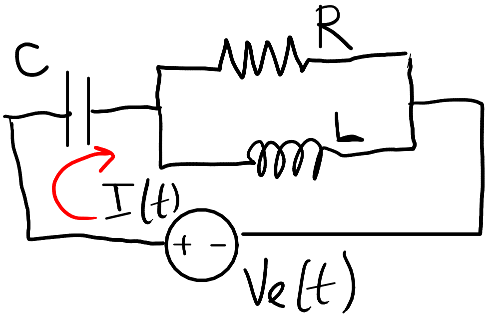
unidade SI

Ω

$\frac{1}{F \cdot Hz} = \Omega$

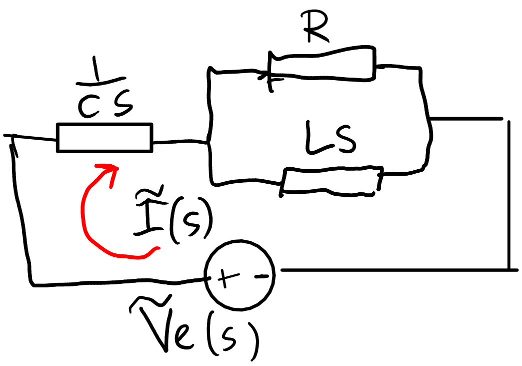
$H \cdot Hz = \Omega$

Exemplo 2.



em $t=0$,
$Q=0$, $I=0$

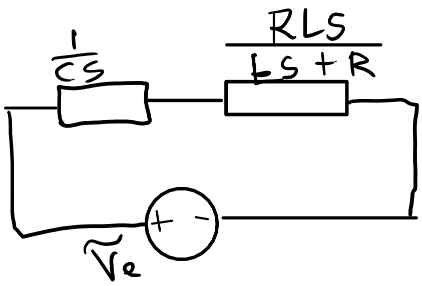
Circuito no domínio da frequência



$$Z_p = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)^{-1}$$

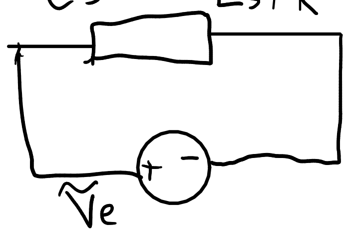
$$Z_s = Z_1 + Z_2$$

$\Leftrightarrow$



$\Leftrightarrow$

$$Z = \frac{1}{Cs} + \frac{RLs}{Ls+R}$$



$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_e}{Z} = \frac{\tilde{V}_e\left(LCs^2 + RCs\right)}{RLCs^2 + Ls + R} \rightarrow I(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\quad\right\}$$

equação diferencial do circuito:

$$\left(RLCs^2 + Ls + R\right)\tilde{I} = \left(LCs^2 + RCs\right)\tilde{V}_e$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{RLC\ddot{I} + L\dot{I} + RI = LC\ddot{V}_e + RC\dot{V}_e}$$

$\tilde{I} \rightarrow I(t)$
$s\tilde{I} \rightarrow \dot{I}(t)$
$s^2\tilde{I} \rightarrow \ddot{I}(t)$

Unidades:

$$\boxed{\begin{array}{ll} L \rightarrow Rt & s \rightarrow \frac{1}{t} \\ C \rightarrow \frac{t}{R} & \end{array}}$$

$LCs^2 \rightarrow (\cancel{R}\cancel{t})\left(\frac{\cancel{t}}{\cancel{R}}\right)\left(\frac{1}{\cancel{t^2}}\right)$

$RCs \rightarrow \cancel{R}\left(\frac{\cancel{t}}{\cancel{R}}\right)\left(\frac{1}{\cancel{t}}\right)$

$RLC \rightarrow R(Rt)\left(\frac{t}{R}\right) \rightarrow Rt^2$

$RLCs^2 \rightarrow R$

$Ls \longrightarrow (Rt)\left(\frac{1}{t}\right) \rightarrow R$