8 Campo magnético

Problema 2
Considere dois fios de cobre, retilíneos e paralelos, de 60 cm de comprimento, distanciados de 9 cm e com raios de 2 mm e 3 mm. Calcule o valor da força magnética entre os fios quando cada um deles for ligado a uma f.e.m. de 1.5 V. (Use o valor da resistividade do cobre à temperatura ambiente: 17 nΩ·m.)

As resistências dos fios, R_1 e R_2, calculam-se multiplicando a resistividade do cobre pelo comprimento do fio, dividido pela área da secção transversal do fio (unidades SI):

$$R_1 = \frac{\rho\, L_1}{\pi\, r_1^2} = \frac{17\times 10^{-9}\times 0.6}{\pi\times 0.002^2} = 8.117\times 10^{-4}\ \Omega$$
$$R_2 = \frac{\rho\, L_2}{\pi\, r_2^2} = \frac{17\times 10^{-9}\times 0.6}{\pi\times 0.003^2} = 3.608\times 10^{-4}\ \Omega$$

A corrente em cada fio é igual à diferença de potencial sobre a resistência do fio:

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_1} == \frac{1.5}{8.117\times 10^{-4}} = 1848\,\text{A}$$
$$I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{1.5}{3.608\times 10^{-4}} = 4158\,\text{A}$$

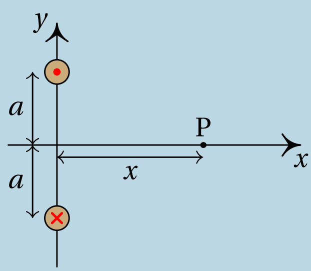
O módulo da força magnética entre os dois fios é:

$$F = \frac{k_\text{m}\, I_1\, I_2\, L}{d} = \frac{2\times 10^{-7}\times 0.6\times 1848\times 4158}{0.09} = 10.25\,\text{N}$$

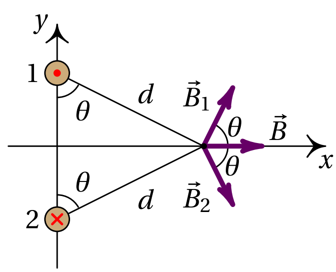
Comentários: A diferença de potencial de 1.5 V em cada fio conduz a correntes de milhares de ampere, que queimavam um fio de apenas uns poucos milímetros de raio. Se fosse usada uma pilha de 1.5 V, a resistência interna provavelmente seria maior do que a resistência de cada fio; como tal, a diferença de potencial no fio seria muito menor do que 1.5 V e a própria pilha aqueceria com o fio. Para realizar esse tipo de experiências para medir a força magnética entre dois fios de cobre, costuma ligar-se uma resistência em série para reduzir a intensidade da corrente, e a força magnética a medir será muito menor.

Problema 3

A figura mostra dois fios compridos e paralelos, no plano perpendicular a eles. A intensidade da corrente em cada fio é a mesma, I, mas com sentidos opostos, como indicam o ponto e o x nos dois fios. (a) Represente graficamente os vetores de campo magnético devido a cada fio e o campo magnético resultante no ponto P. (b) Encontre a expressão do módulo do campo magnético em qualquer ponto P sobre o eixo x, em função da distância x de P à origem.



(a) No plano xy, as linhas do campo $\vec{B}_1$ devido a fio de cima são circunferências com centro no fio, no sentido contrário aos ponteiros do relógio. No ponto P, o vetor $\vec{B}_1$ é perpendicular ao segmento entre P e o fio, no sentido indicado na figura seguinte. As linhas do campo devido ao fio de baixo rodam no sentido dos ponteiros do relógio e no ponto P o campo $\vec{B}_2$ é perpendicular ao segmento entre P e esse fio, como mostra a figura:



Como os dois fios estão à mesma distância do ponto P, e transportam correntes com a mesma intensidade, os módulos de $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ são iguais. E como o ângulo que cada um desses vetores faz com o eixo dos x é o mesmo, o campo resultante em P, $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$, será no sentido positivo do eixo dos x, tal como mostra a figura acima.

(b) Os módulos dos dois campos no ponto P são:

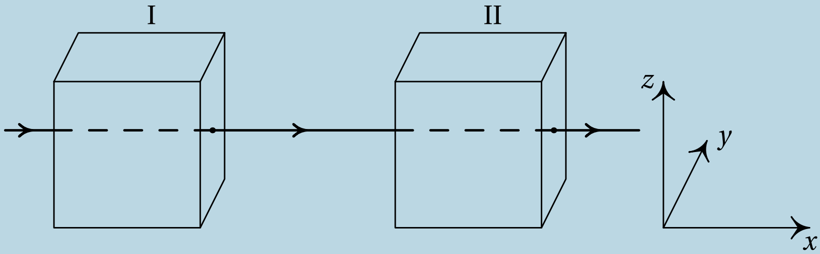
$$B_1 = B_2 = \frac{2\,k_\mathrm{m}\,I}{d}$$

O campo resultante, $\vec{B} = B\,\hat{\imath}$, no sentido positivo do eixo dos x, tem módulo B igual à soma das componentes x de $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$

$$B = 2\,B_1\cos\theta = \frac{4\,k_\mathrm{m}\,I}{d}\cos\theta = \frac{4\,k_\mathrm{m}\,I\,a}{d^2} = \frac{4\,k_\mathrm{m}\,I\,a}{x^2+a^2}$$

Problema 4

Um feixe de protões desloca-se com velocidade constante $\vec{v}$, segundo o eixo dos x, atravessando duas regiões, I e II, caraterizadas do seguinte modo: em I, existe um campo magnético, $\vec{B}_1$ e em II, coexistem um campo magnético, $\vec{B}_2$, e um campo elétrico, $\vec{E} = E\,\hat{\jmath}$. Todos os campos são uniformes nas regiões em que foram definidos e anulam-se fora delas. O peso dos protões não é significativo. Quais as condições a que devem obedecer os campos $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$ para que o feixe não sofra qualquer perturbação no seu movimento, enquanto atravessa duas regiões? Se em vez de protões, fosse um feixe de eletrões, as condições estabelecidas manter-se-iam?



A velocidade de cada protão é igual a,

$$\vec{v} = v\,\hat{\imath}$$

Na região I, a força magnética que atua sobre cada protão é,

$$\begin{aligned}\vec{F}_1 &= q\,\vec{v}\times\vec{B}_1 = q\,v\,\hat{\imath}\times\left(B_x\,\hat{\imath}+B_y\,\hat{\jmath}+B_z\,\hat{k}\right)\\ &= q\,v\left(B_y\,\hat{k}-B_z\,\hat{\jmath}\right)\end{aligned}$$

Para que o feixe não seja desviado, a duas componentes $\hat{\jmath}$ e $\hat{k}$ da força devem ser nulas, ou seja, $B_y = B_z = 0$. O campo na região I tem então a forma geral $\vec{B}_1 = B_1\,\hat{\imath}$, onde B_1 pode ter qualquer valor, positivo ou negativo. Como tal, basta com que o campo magnético na região I seja na mesma direção da velocidade dos protões para que não sejam desviados.

Na região II é necessário acrescentar a força elétrica:

$$\vec{F}_2 = q\,\vec{E} + q\,\vec{v}\times\vec{B}_2 = q\,\left(E\,\hat{\jmath} + v\,B_y\,\hat{k} - v\,B_z\,\hat{\jmath}\right)$$

Para que a componente $\hat{k}$ seja nula, é necessário $B_y = 0$, e para que a componente $\hat{\jmath}$ seja nula, é necessário $E = v\,B_z$. Como tal, a forma geral do campo magnético na região II é a seguinte

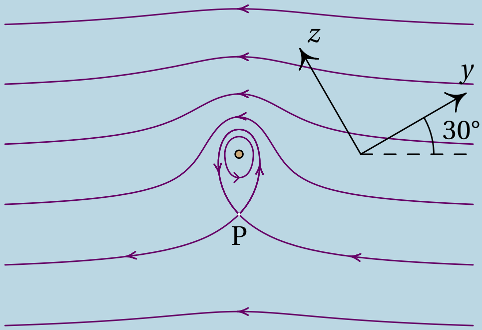
$$\vec{B}_2 = B_x\,\hat{\imath} + \frac{E}{v}\,\hat{k}$$

onde B_x pode ter qualquer valor, positivo ou negativo. Ou seja, o campo magnético na região II deverá ter uma componente perpendicular à velocidade e ao campo elétrico, com módulo igual ao módulo do campo elétrico dividido pela velocidade, e pode ter também uma componente paralela à velocidade.

Se o feixe fosse composto por eletrões, ou qualquer outro tipo de partículas com carga, as condições obtidas seriam as mesmas, já que os resultados não dependem do valor de q nem da massa das partículas.

Comentários: Observe-se que na região II o campo magnético necessário para que as partículas não sejam desviadas depende da velocidade v das partículas. Como tal, na região II há um filtro de velocidades, em que as partículas com velocidade $v = B_z/E$ passam sem serem desviadas, mas as partículas com velocidades diferentes desse valor serão desviadas.

Problema 7
A figura mostra as linhas de campo magnético de um fio com corrente, dentro de um campo magnético uniforme $\vec{B}_{\text{ext}}$; o fio é perpendicular à folha e os eixos y e z foram escolhidos sobre o plano da folha. (a) Escreva o versor na direção do campo externo, usando o sistema de eixos dado.(b) Escreva o vetor unitário na direção da corrente no fio. (c) Calcule e represente o vetor unitário na direção da força sobre o fio. (d) Considerando que $I = 0.5$ A e se o valor da força sobre o fio, por unidade de comprimento, é 2×10^{-5} N/m, calcule a distância até o ponto P.



(a) O campo externo aponta da direita para a esquerda, que no sistema de eixos yz é:

$$\hat{B}_{\text{ext}} = -\cos 30^\circ\,\hat{\jmath} + \sin 30^\circ\,\hat{k} = \frac{1}{2}\left(-\sqrt{3}\,\hat{\jmath} + \hat{k}\right)$$

(b) Na vizinhança do fio, as linhas de campo rodam no sentido contrário dos ponteiros do relógio, indicando que a corrente do fio é para cá da folha, ou seja, na direção de $\hat{\jmath} \times \hat{k}$ que é o versor $\hat{\imath}$.

(c) A direção e sentido da força é a mesma de $\vec{I} \times \vec{B}_{\text{ext}}$, ou seja,

$$\hat{\imath} \times \hat{B}_{\text{ext}} = \frac{1}{2}\,\hat{\imath} \times \left(-\sqrt{3}\,\hat{\jmath} + \hat{k}\right) = \frac{1}{2}\left(-\hat{\jmath} - \sqrt{3}\,\hat{k}\right)$$

Não é necessário dividir pelo módulo do vetor, porque este vetor já tem módulo unitário. Observe-se que a direção e sentido da força é de cima para baixo na figura.

(d) A força magnética sobre o fio é produzida pelo campo externo B_{ext}. Usando a expressão para a força magnética sobre o fio por unidade de comprimento, F/L, obtém-se o módulo do campo externo (unidades SI):

$$\frac{F}{L} = I\,B_{\text{ext}} \quad\Longrightarrow\quad 2\times 10^{-5} = 0.5\,B_{\text{ext}} \quad\Longrightarrow\quad B_{\text{ext}} = 4\times 10^{-5}$$

No ponto P, o campo produzido pelo fio tem o mesmo módulo do campo externo. Igualando à expressão para o módulo do campo produzido pelo fio no ponto P ao módulo do campo externo, encontra-se a distância d (unidades SI):

$$\frac{2\,k_{\text{m}}\,I}{d} = B_{\text{ext}} \quad\Longrightarrow\quad d = \frac{2\,k_{\text{m}}\,I}{B_{\text{ext}}} = \frac{10^{-7}}{4\times 10^{-5}} = 2.5\times 10^{-3}$$

O ponto P encontra-se a 2.5 mm do fio.