

9 Indução eletromagnética

Problema 3

O comprimento total entre as pontas das asas de um avião Boeing 747 é 60 m . O avião voa a 800 km/h e com altura constante, na direção sul-norte, numa região onde o campo magnético terrestre faz um ângulo de 60° com a vertical e a sua intensidade é 0.5 G. Calcule a diferença de potencial induzida entre as pontas da asas.

Escolhendo o eixo x na direção de oeste para leste, o eixo y na direção de sul para norte e o eixo z na vertical, de baixo para cima, a velocidade do avião e o campo magnético são (unidades SI):

$$\vec{v} = \frac{800}{3.6} \hat{j} \quad \vec{B} = 5 \times 10^{-5} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} + \frac{\hat{k}}{2} \right)$$

O campo elétrico induzido é igual a

$$\vec{E}_i = \vec{v} \times \vec{B} = \frac{800 \times 5 \times 10^{-5}}{3.6} \hat{j} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} + \frac{\hat{k}}{2} \right) = 5.556 \times 10^{-3} \hat{i}$$

O deslocamento infinitesimal ao longo das asas do avião é:

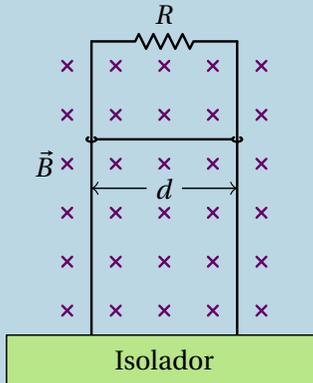
$$d\vec{r} = \hat{i} dx$$

E a f.e.m. induzida nas asas é o integral de linha do campo elétrico induzido, ao longo das asas:

$$\varepsilon_i = \int \vec{E}_i \cdot d\vec{r} = \int_0^{60} 5.556 \times 10^{-3} (\hat{i} \cdot \hat{i}) dx = 5.556 \times 10^{-3} \int_0^{60} dx = 0.333 \text{ V}$$

Problema 5

A figura mostra uma barra condutora de comprimento d e massa m que desliza sobre dois trilhos metálicos verticais, dentro de um campo magnético \vec{B} uniforme. A resistência elétrica dos trilhos e da barra são desprezáveis comparadas com R . A barra mantém sempre o contato com os trilhos, permitindo que circule corrente pela resistência R , mas o atrito é desprezável, assim como o efeito da resistência do ar na barra. Quando a barra começa a cair livremente, o seu movimento é inicialmente acelerado mas rapidamente atinge uma velocidade constante v . Calcule o valor dessa velocidade limite v .



Quando a barra já desceu uma distância y em relação à resistência R , a área da espira retangular formada pela barra, os trilhos e a resistência é $A = y d$ e o fluxo magnético através dela é $\Psi = B y d$.

A f.e.m. e a corrente induzidas na espira são:

$$\varepsilon_i = -B d \frac{dy}{dt} = -B v d \quad I_i = \frac{|\varepsilon_i|}{R} = \frac{B v d}{R}$$

A variação do fluxo aponta para lá da folha e, pela lei de Lenz, a corrente induzida passa pela barra de esquerda para direita, dando origem a força magnética para cima, com módulo:

$$F_m = I_i B d = \frac{B^2 v d^2}{R}$$

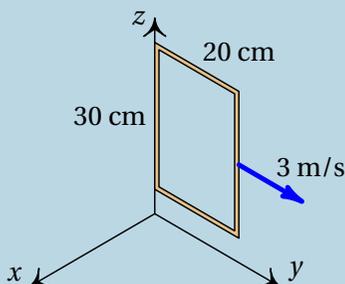
Inicialmente (no repouso) essa força é nula e a barra desce com a aceleração da gravidade. Enquanto a velocidade v aumenta, a força magnética

também aumenta, fazendo diminuir a força resultante. No instante em que a força resultante é nula, a velocidade atinge o valor limite e os módulos da força magnética e do peso são iguais:

$$m g = \frac{B^2 v d^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{m g R}{B^2 d^2}$$

Problema 7

Uma espira condutora retangular, paralela ao plano Oyz , desloca-se com velocidade constante $\vec{v} = 3 \hat{j}$ (m/s) dentro de uma região onde existe um campo magnético com componentes: $B_x = (6 - y)$ (SI) e $B_y = B_z = 0$. Calcule a f.e.m. induzida na espira, em função do tempo t , a partir do instante $t = 0$ em que a espira se encontra na posição da figura, com um lado ao longo do eixo dos z .



A componente do campo perpendicular à espira é (unidades SI):

$$\vec{B} \cdot \hat{n} = \vec{B} \cdot \hat{i} = B_x = 6 - y$$

A aresta que se encontra no eixo dos z em $t = 0$, estará na posição $3t$ num instante t , e a outra aresta, paralela ao eixo dos z , estará em $3t + 0.2$. As duas arestas paralelas ao eixo dos y estão sempre nas posições z_0 e $z_0 + 0.3$.

O fluxo magnético através da espira é então:

$$\Psi = \int_{3t}^{3t+0.2} \int_{z_0}^{z_0+0.3} (6 - y) dz dy = 0.354 - 0.18t$$

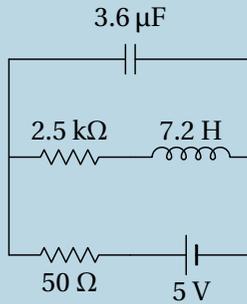
E a f.e.m. induzida é igual a

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = 0.18 \text{ V}$$

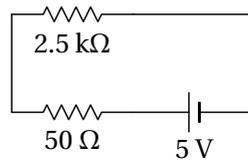
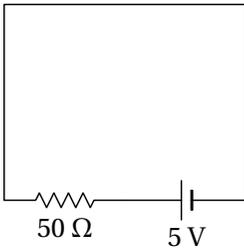
O sinal positivo indica que é no sentido da regra da mão direita em relação ao versor \hat{n} usado, ou seja, \hat{i} . Como tal, a f.e.m. induzida produz corrente induzida no sentido da rotação do eixo dos y para o eixo dos z .

Problema 8

No circuito da figura, calcule as correntes iniciais no indutor e no condensador, a corrente final no indutor e a carga final no condensador.



Os circuitos equivalentes inicial e final são os seguintes:



No instante inicial, a corrente no indutor é nula e a corrente no condensador é:

$$I_0 = \frac{5}{50} = 0.1 \text{ A}$$

No instante final, a corrente no indutor é:

$$I_\infty = \frac{5}{50 + 2500} = 1.961 \text{ mA}$$

A diferença de potencial no condensador é:

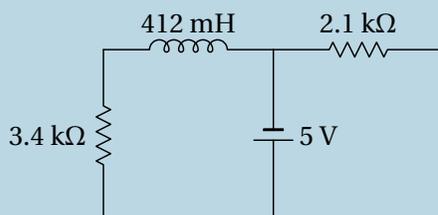
$$\Delta V = 2500 I_{\infty} = 4.902 \text{ V}$$

e a carga nele é:

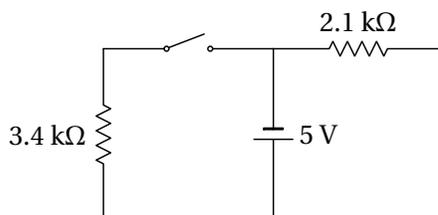
$$Q = 3.6 \times 10^{-6} \times 4.902 = 17.65 \mu\text{C}$$

Problema 11

No circuito representado no diagrama, a fonte foi ligada no instante $t = 0$, quando não havia corrente no indutor. (a) Determine a voltagem na resistência de $3.4 \text{ k}\Omega$ em $t = 0$. (b) Determine o valor da derivada voltagem na resistência de $3.4 \text{ k}\Omega$, em $t = 0$. (c) Determine a voltagem na resistência de $3.4 \text{ k}\Omega$, quando o circuito atingir o estado estacionário.



(a) O circuito equivalente em $t = 0$ é o seguinte:



Como a corrente na resistência de $3.4 \text{ k}\Omega$ é nula, a voltagem nela também é igual a zero.

(b) Se $V(t)$ e $I(t)$ são a voltagem e a intensidade da corrente na resistência de $3.4 \text{ k}\Omega$, em função do tempo, a lei de Ohm implica (unidades SI):

$$\dot{V}(t) = 3400 \dot{I}(t)$$

E como em qualquer instante a corrente na resistência de $3.4 \text{ k}\Omega$ é igual à corrente no indutor, usando a relação entre voltagem no indutor, $V_L(t)$, e a corrente nele, obtém-se:

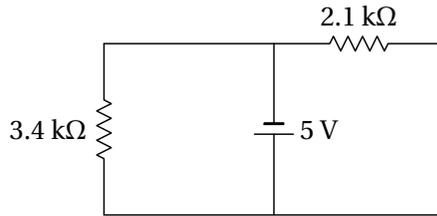
$$\dot{I}(t) = \frac{V_L(t)}{L} = \frac{V_L(t)}{0.412}$$

Em $t = 0$, o circuito equivalente da alínea *a* mostra que a voltagem no indutor é $V_L(0) = 5 \text{ V}$. Como tal, a derivada da voltagem na resistência, em $t = 0$, é:

$$\dot{V}(0) = 3400 \left(\frac{5}{0.412} \right) = 41.26 \frac{\text{kV}}{\text{s}}$$

É positiva, porque a corrente no indutor, nula em $t = 0$, está a aumentar e, portanto, a corrente e voltagem na resistência também estão a aumentar.

(c) O circuito equivalente em $t \rightarrow \infty$ é o seguinte:



Ou seja, a voltagem na resistência de $3.4 \text{ k}\Omega$ é igual a 5 V .