

Nome: _____

Duração 90 minutos. Respostas certas, 1 ponto, erradas, -0.25. Pode consultar unicamente um formulário de uma folha A4 (frente e verso). Pode usar calculadora ou PC, mas unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros! Use $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

1. Um bloco de massa 5 kg desce deslizando sobre a superfície dum plano inclinado, partindo do ponto A com valor da velocidade igual a 7 m/s e parando completamente no ponto B. As alturas dos pontos A e B, medidas na vertical desde a base horizontal do plano, são: $h_B = 10 \text{ cm}$ e $h_A = 60 \text{ cm}$. Calcule o trabalho realizado pela força de atrito, desde A até B.

- (A) -166.6 J (C) -147.0 J (E) -156.8 J
(B) -161.7 J (D) -151.9 J

Resposta:

2. Qual das matrizes na lista é a matriz jacobiana do sistema dinâmico equivalente à seguinte equação diferencial?

$$2 \dot{x} x^2 - 4 x^2 \dot{x} - 2 x^3 = 0$$

- (A) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ y - 4x & x \end{bmatrix}$
(B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4y - 2 & 4x \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

Resposta:

3. As expressões das energias cinética e potencial dum sistema conservativo com dois graus de liberdade, x e θ , são: $E_c = 3 \dot{x}^2 + 5 \dot{\theta}^2$ e $U = -7 x \theta$. Encontre a expressão da aceleração $\ddot{\theta}$.

- (A) $\frac{7}{3} x \theta$ (C) $\frac{7}{10} x$ (E) $\frac{7}{10} \theta$
(B) $\frac{7}{10} x \theta$ (D) $\frac{7}{3} x$

Resposta:

4. Uma partícula com massa $m = 2$ desloca-se no eixo dos x sob o efeito de uma força resultante conservativa, com energia potencial: $2 x^2 e^{-x^2}$. Qual das seguintes afirmações é correta?

- (A) Há 2 pontos de equilíbrio e nenhuma órbita homoclínica.
(B) Há 3 pontos de equilíbrio e uma órbita homoclínica.
(C) Há 2 pontos de equilíbrio e uma órbita homoclínica.
(D) Há 3 pontos de equilíbrio e uma órbita heteroclínica.
(E) Há 2 pontos de equilíbrio e uma órbita heteroclínica.

Resposta:

5. A equação diferencial:

$$\ddot{x} - x^2 - 5x - 6 = 0$$

é equivalente a um sistema dinâmico com espaço de fase (x, \dot{x}) . Qual dos pontos na lista é ponto de equilíbrio desse sistema?

- (A) (-3, 0) (C) (3, 0) (E) (1, 0)
(B) (0, 0) (D) (-1, 0)

Resposta:

6. Qual dos vetores na lista é vetor próprio da matriz:

$$\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} ?$$

- (A) (0,1) (C) (1,2) (E) (1,0)
(B) (1,1) (D) (2,1)

Resposta:

7. Quando uma partícula passa por um ponto P, a sua velocidade é $3 \hat{i} + 2 \hat{j}$ (SI) e a força resultante é $4 \hat{i} + 6 \hat{j}$ (SI). Calcule o valor da componente tangencial da força resultante nesse ponto.

- (A) 0 N (C) 7.21 N (E) 24 N
(B) 13 N (D) 6.66 N

Resposta:

8. As equações dum sistema dinâmico com variáveis de estado (x, y) foram transformadas para coordenadas polares (r, θ) , obtendo-se as equações: $\dot{\theta} = -2$ $\dot{r} = r^2 - 3r$

Como tal, conclui-se que o sistema tem um ciclo limite:

- (A) atrativo com $r = 2$ (D) atrativo com $r = 3$
(B) repulsivo com $r = 3$ (E) repulsivo com $r = 2$
(C) atrativo com $r = 0$

Resposta:

9. A força tangencial resultante sobre um objeto é $-s^2 + 2s + 3$, onde s é a posição na trajetória. Sabendo que o retrato de fase do sistema tem uma órbita homoclínica que se aproxima assintoticamente do ponto $(a, 0)$, determine o valor de a .

- (A) -1 (C) -2 (E) 1
(B) 3 (D) 2

Resposta:

10. Qual dos sistemas dinâmicos na lista é equivalente à equação diferencial $2 \ddot{x} x - 2 x^2 \dot{x} + 4 x^3 = 0$?

- (A) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 4xy - 2x$
(B) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 2y - 2$
(C) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 2y - 2x$
(D) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = xy - 2x^2$
(E) $\dot{x} = y$ $\dot{y} = 2y + x$

Resposta:

11. As equações dum sistema de duas espécies com competição são:

$$\dot{x} = x(2 - x - 0.5y) \quad \dot{y} = y(2 - y - 0.5x)$$

sabendo que o sistema aproxima-se sempre dum estado em que as duas espécies coexistem de forma harmoniosa, determine os valores de x e y após muito tempo.

- (A) 2/3 e 2/3 (C) 4/3 e 4/3 (E) 0 e 2
(B) 2 e 0 (D) 0 e 0

Resposta:

12. As equações de evolução dum sistema linear, são:

$$\dot{x} = ax + by \quad \dot{y} = cx + dy$$

onde a, b, c e d são parâmetros reais, todos positivos excepto b que é negativo. Que tipo de ponto de equilíbrio é a origem do espaço de fase?

- (A) nó (D) ponto de sela
 (B) foco (E) repulsivo
 (C) atrativo

Resposta:

13. O espaço de fase dum sistema dinâmico é o plano xy . Em coordenadas polares, as equações de evolução são $\dot{\theta} = -3$, $\dot{r} = r^3 - 2r^2 + r$. Quantos ciclos limite tem o sistema?

- (A) 2 (C) 4 (E) 3
 (B) 0 (D) 1

Resposta:

14. Qual das seguintes equações podera ser uma das equações de evolução num sistema predador presa?

- (A) $\dot{y} = 2xy + 3y$ (D) $\dot{y} = 6y - y^2$
 (B) $\dot{y} = 2y^2 - 3y$ (E) $\dot{y} = x + xy^2$
 (C) $\dot{y} = 2y - 5y^2$

Resposta:

15. O sistema dinâmico não linear:

$$\dot{x} = xy - 2x + y - 2 \quad \dot{y} = xy + x - 5y - 5$$

tem um ponto de equilíbrio em $x = 5, y = 2$. Qual é o sistema linear que aproxima o sistema não linear na vizinhança desse ponto de equilíbrio?

- (A) $\dot{x} = 6y \quad \dot{y} = 3x$ (D) $\dot{x} = 3y \quad \dot{y} = -6x$
 (B) $\dot{x} = -3y \quad \dot{y} = -6x$ (E) $\dot{x} = -6y \quad \dot{y} = 3x$
 (C) $\dot{x} = 3y \quad \dot{y} = 6x$

Resposta:

16. A trajetória de uma partícula na qual atua uma força central é sempre plana e pode ser descrita em coordenadas polares r e θ . As expressões da energia cinética e da energia potencial central em questão são:

$$E_c = \frac{m}{2}(r^2\dot{\theta}^2 + \dot{r}^2) \quad U = kr^3$$

onde m é a massa do corpo e k uma constante. Encontre a equação de movimento para \ddot{r}

- (A) $r\dot{\theta} - \frac{3kr^2}{m}$ (D) $r^2\dot{\theta}^2 - \frac{3kr^2}{m}$
 (B) $r\dot{\theta}^2 - \frac{3kr^2}{m}$ (E) $r\ddot{\theta} - \frac{3kr^2}{m}$
 (C) $r^2\dot{\theta}^2 - \frac{3kr^2}{m}$

Resposta:

17. Uma partícula de massa m desloca-se sobre a superfície de uma calha com forma de cicloide, com equações paramétricas:

$$x = \frac{a}{4}(2\theta + \sin 2\theta) \quad y = \frac{a}{4}(1 - \cos 2\theta)$$

Onde a é uma constante e θ varia entre 0 e π . Encontre a expressão da energia cinética.

- (A) $\frac{ma^2\dot{\theta}^2}{8}(\cos 2\theta + \sin 2\theta)$ (D) $\frac{ma^2\dot{\theta}^2}{2}(1 + \sin 2\theta)$
 (B) $\frac{ma^2\dot{\theta}^2}{4}(1 + \cos 2\theta)$ (E) $\frac{ma^2\dot{\theta}^2}{4}(1 + \sin 2\theta)$
 (C) $\frac{ma^2\dot{\theta}^2}{2}(1 + \cos 2\theta)$

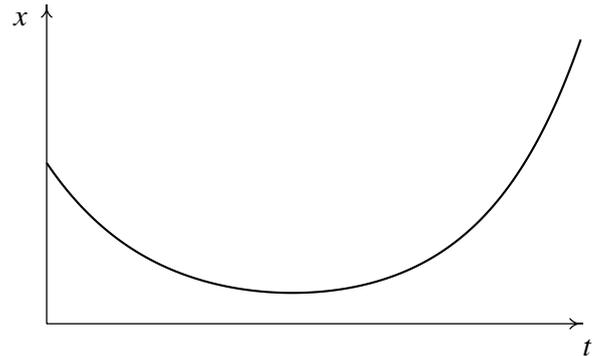
Resposta:

18. Um cilindro desce uma rampa com 49 cm de altura, partindo do repouso e rodando à volta do seu eixo sem deslizar. Determine a velocidade do centro de massa do cilindro, quando chega ao fim da rampa, desprezando a resistência do ar e sabendo que o momento de inércia de um cilindro de massa m e raio r , à volta do seu eixo, é $mr^2/2$.

- (A) 2.14 m/s (C) 1.25 m/s (E) 2.53 m/s
 (B) 1.53 m/s (D) 1.73 m/s

Resposta:

19. A figura mostra uma possível solução para $x(t)$ num sistema dinâmico linear com duas variáveis de estado, x e y . Qual das matrizes na lista seguinte poderá ser a matriz do sistema?



- (A) $\begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ (D) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 2 & -4 \end{bmatrix}$
 (B) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ (E) $\begin{bmatrix} 5 & -4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$

Resposta:

20. A força tangencial resultante sobre um corpo é:

$$F_t = s(s+1)(s+2)(s-1)(s-2)$$

Quantos pontos de equilíbrio instável tem este sistema mecânico?

- (A) 3 (C) 2 (E) 4
 (B) 1 (D) 5

Resposta:

Respostas

1. C

2. E

3. C

4. D

5. A

6. D

7. D

8. B

9. A

10. D

11. C

12. E

13. D

14. A

15. A

16. B

17. B

18. E

19. B

20. A