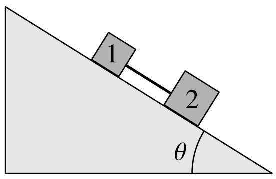
Nome:____

Duração 2 horas. Prova com consulta de formulário e uso de computador. O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros! Use $g = 9.8$ m/s^2.

1. (4 valores) Na figura, o bloco 1 tem massa $m_1 = 1$ kg e o bloco 2 tem massa $m_2 = 2$ kg. Os dois blocos estão ligados por uma corda paralela à superfície do plano inclinado. Entre o bloco 1 e o plano inclinado, o coeficiente de atrito estático é $\mu_{1e} = 0.35$ e o coeficiente de atrito cinético $\mu_{1c} = 0.28$. Entre o bloco 2 e o plano inclinado, o coeficiente de atrito estático é $\mu_{2e} = 0.25$ e o coeficiente de atrito cinético $\mu_{2c} = 0.20$. (a) Encontre o ângulo θ máximo que o plano pode ser inclinado, permanecendo os dois blocos em repouso. (b) Quando o plano se inclina um ângulo $\theta = 20°$, os dois blocos deslizam para baixo do plano; determine o valor da tensão na corda nesse caso.



2. (4 valores) A corrente num circuito elétrico é uma função contínua do tempo, $x(t)$, que verifica a seguinte equação diferencial:

$$\ddot{x} + x - x^3 + (a + x)\,\dot{x} = 0$$

onde a é um parâmetro real. Analise a equação como sistema dinâmico, nos dois casos $a < 0$ e $a > 0$. Em cada caso identifique os pontos de equilíbrio, determine de que tipo são e com base nesses resultados interprete o comportamento físico do circuito.

PERGUNTAS. Respostas certas, 0.8 valores, erradas, −0.2, em branco, 0.

3. Lança-se um projétil desde uma janela a 3.4 m de altura, com velocidade de 10 m/s, inclinada 30° por cima da horizontal. Desprezando a resistência do ar, calcule a altura máxima atingida pelo projétil.

(A) 7.2 m **(C)** 4.0 m **(E)** 4.7 m
(B) 6.0 m **(D)** 8.5 m

Resposta: ☐

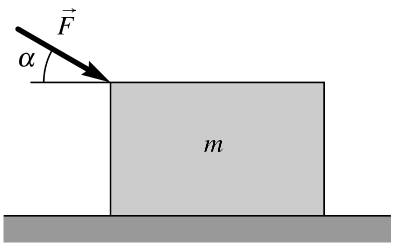
4. Um sistema dinâmico com duas variáveis de estado tem um único ponto de equilíbrio na origem e um ciclo limite. Qual poderá ser a matriz jacobiana do sistema na origem?

(A) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ **(C)** $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ **(E)** $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ **(D)** $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

Resposta: ☐

5. Um bloco com massa $m = 6$ kg encontra-se sobre a superfície de uma mesa horizontal. Sobre o bloco atua uma força externa $\vec{F}$, com módulo de 30 N e direção que faz um ângulo $\alpha = 40°$ com a horizontal, tal como mostra a figura. Calcule o módulo da reação normal entre o bloco e a mesa.



(A) 69.06 N **(C)** 78.08 N **(E)** 58.8 N
(B) 48.54 N **(D)** 39.52 N

Resposta: ☐

6. Calcule o momento de inércia de uma esfera homogénea com 1 centímetro de raio e massa igual a 21 gramas, que roda à volta dum eixo tangente à superfície da esfera, sabendo que o momento de inércia duma esfera de raio R e massa m à volta do eixo que passa pelo centro é $2\,m\,R^2/5$.

(A) 4.20×10^{-7} kg·m^2 **(D)** 8.40×10^{-7} kg·m^2
(B) 2.94×10^{-6} kg·m^2 **(E)** 1.68×10^{-6} kg·m^2
(C) 1.50×10^{-6} kg·m^2

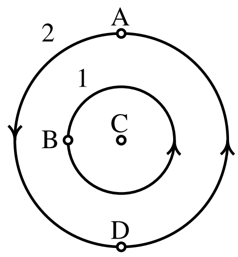
Resposta: ☐

7. Quando se liga um PC, o disco rígido demora 3.6 s, a partir do repouso, até alcançar a velocidade normal de operação de 7200 rotações por minuto. Admitindo aceleração angular constante durante esse intervalo, determine o valor da aceleração angular

(A) 279 rad/s^2 **(C)** 209 rad/s^2 **(E)** 838 rad/s^2
(B) 419 rad/s^2 **(D)** 182 rad/s^2

Resposta: ☐

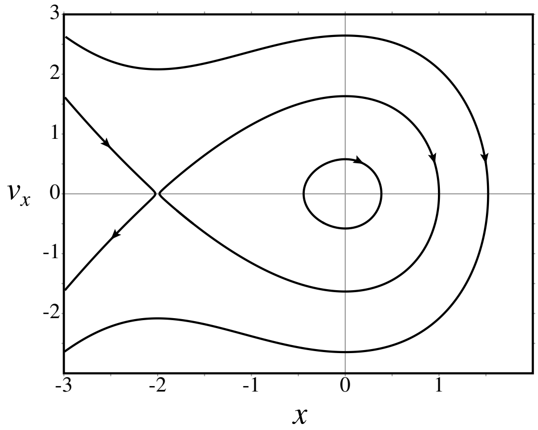
8. A figura mostra o retrato de fase dum sistema dinâmico com duas variáveis de estado e 4 pontos de equilíbrio: A, B, C e D. Que tipo de curva de evolução é a circunferência número 2?



(A) Órbita heteroclínica. **(D)** Nulclina.
(B) Órbita homoclínica. **(E)** Isoclina.
(C) Ciclo.

Resposta: ☐

9. A figura mostra o retrato de fase dum sistema conservativo com um único grau de liberdade, x. Qual das expressões na lista é a expressão correta para a aceleração a_x?



(A) $-2\,x + x^2$

(B) $x - x^2$

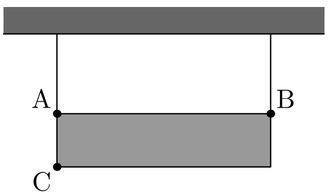
(C) $-2\,x - x^2$

(D) $2\,x - x^2$

(E) $2\,x + x^2$

Resposta:

10. Para determinar a posição do seu centro de gravidade, uma barra retangular foi pendurada de dois fios verticais, ficando em repouso na posição horizontal que mostra a figura. Sabendo que a tensão no fio ligado no ponto A é 3.4 N, a tensão no fio ligado em B é 1.8 N e o comprimento da barra, desde A até B, é 30 cm, determine a distância desde a aresta AC até o centro de gravidade.



(A) 15.0 cm

(B) 12.5 cm

(C) 10.4 cm

(D) 18.0 cm

(E) 21.6 cm

Resposta:

11. Uma partícula desloca-se ao longo duma calha circular com aceleração angular a aumentar em função do tempo, de acordo com a expressão $\alpha = 8\,t$ (unidades SI). No instante $t = 0$, a partícula encontra-se em repouso na posição em que o ângulo θ é igual a 0. Calcule o valor do ângulo, em radianos, em $t = 2.5$ s.

(A) 10.42

(B) 52.08

(C) 20.83

(D) 129.17

(E) 62.5

Resposta:

12. Quando uma partícula passa por um ponto P, a sua velocidade é $7\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath}$ (SI) e a força resultante é $6\,\hat{\imath} + 6\,\hat{\jmath}$ (SI). Calcule o valor da componente tangencial da força resultante nesse ponto.

(A) 54 N

(B) 7.42 N

(C) 8.49 N

(D) 0 N

(E) 53 N

Resposta:

13. Quando um avião acelera desde o repouso, na pista de descolagem, a expressão da sua aceleração tangencial é $3.5 - 3\times10^{-5}v^2$ (em unidades SI), onde v é o valor da velocidade do avião. Para conseguir levantar voo, a velocidade mínima do avião no fim da pista deve ser de 250 km/h. Determine o comprimento mínimo, em metros, que deverá ter a pista de descolagem.

(A) 704

(B) 614

(C) 827

(D) 1260

(E) 999

Resposta:

14. As equações de evolução de dois sistemas dinâmicos são:

$$\begin{cases}\dot{x} = 2\,x\,y - y\\ \dot{y} = 3\,x - y^2\end{cases} \qquad \begin{cases}\dot{x} = 3\,x - y\\ \dot{y} = 2\,x - 2\,y\end{cases}$$

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) Nenhum dos dois é linear.

(B) Ambos são conservativos.

(C) O 1º é conservativo e o 2º não é conservativo.

(D) Nenhum dos dois é conservativo.

(E) O 1º não é conservativo e o 2º é conservativo.

Resposta:

15. O sistema de Lotka-Volterra consegue explicar muito bem a evolução dum sistema predador presa mas tem uma grande desvantagem que outros sistemas tentam corrigir. Qual é essa desvantagem?

(A) Nenhuma das duas populações pode chegar a extinguir-se totalmente.

(B) Cada uma das populações pode aumentar indefinidamente.

(C) Cada uma das populações pode oscilar entre um valor muito baixo e um valor muito elevado.

(D) Nenhuma das duas populações atinge nunca um valor constante.

(E) Cada uma das populações oscila indefinidamente.

Resposta:

16. A expressão da energia cinética dum sistema conservativo é $\frac{1}{2}\left(\dot{s}^2 + 5\,s^2\right)$, onde s é a posição na trajetória, e a expressão da energia potencial total é $-10\,s$. O sistema tem um único ponto de equilíbrio; determine o valor de s nesse ponto de equilíbrio.

(A) -2

(B) 2

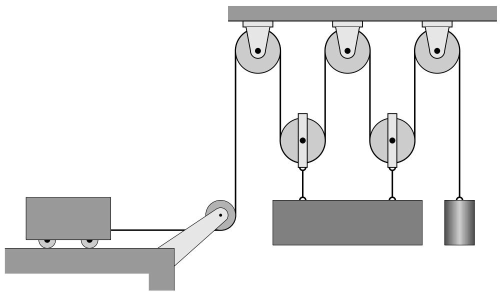
(C) 1

(D) -1

(E) 3

Resposta:

17. No sistema da figura, a barra permanece sempre horizontal. Determine a velocidade da barra num instante em que a velocidade do carrinho é 50 m/s, para a esquerda, e a velocidade do cilindro é 10 m/s, para cima.



(A) 12 m/s

(B) 9 m/s

(C) 15 m/s

(D) 10 m/s

(E) 8 m/s

Resposta:

FEUP - MIEIC **FÍSICA 1 - EIC0010 - 2017/2018**

Resolução do exame de 27 de junho de 2018 Regente: Jaime Villate

Problema 1. A figura seguinte mostra os diagramas de corpo livre dos dois blocos

T é a tensão na corda, N_1 e N_2 as reações normais e F_{a1} e F_{a1} as forças de atrito.

(a) Como os blocos estão em repouso, as somas das componentes das forças tangentes e perpendiculares ao plano inclinado são:

$$\begin{cases} m_1\, g \sin\theta + T - F_{a1} = 0 \\ N_1 - m_1\, g \cos\theta = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} m_2\, g\, \sin\theta - T - F_{a2} = 0 \\ N_2 - m_2\, g \cos\theta = 0 \end{cases}$$

Como o coeficiente de atrito estático do plano com o bloco 2 é menor do que o com o bloco 1, se os blocos não estivessem ligados pela corda, o bloco 2 começava a deslizar a um ângulo menor do que o bloco 1. A tensão na corda permite que o ângulo possa ser maior do que o ângulo ao qual o bloco 2 começava a deslizar e o conjunto só começará a deslizar quando as forças de atrito estático sejam máximas nos dois blocos. Como tal, $F_{a1} = \mu_{e1} N_1$ e $F_{a1} = \mu_{e1} N_1$ e as equações anteriores conduzem a

$$m_1\, g \sin\theta + T - \mu_{1e}\, m_1\, g \cos\theta = 0 \qquad m_2\, g \sin\theta - T - \mu_{2e}\, m_2\, g \cos\theta = 0$$

Somando essas duas equações elimina-se a tensão, e dividindo por $g \cos\theta$ encontra-se uma expressão para a tangente do ângulo máximo

$$\tan\theta = \frac{\mu_{1e}\, m_1 + \mu_{2e}\, m_2}{m_1 + m_2}$$

Substituindo os valores dados, obtém-se o ângulo máximo:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.35 + 0.25 \times 2}{1 + 2}\right) = 15.8^\circ$$

(b) As forças de atrito são atrito cinético e a aceleração a dos dois blocos é a mesma. Como tal, as componentes tangencial e perpendicular das forças resultantes nos dois blocos são:

$$\begin{cases} m_1\, g \sin\theta + T - \mu_{1c}\, N_1 = m_1\, a \\ N_1 - m_1\, g \cos\theta = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} m_2 g\, \sin\theta - T - \mu_{2c}\, N_2 = m_2\, a \\ N_2 - m_2\, g \cos\theta = 0 \end{cases}$$

Ou seja,

$$m_1\, g \sin\theta + T - \mu_{1c}\, m_1\, g \cos\theta = m_1\, a \qquad m_2\, g\, \sin\theta - T - \mu_{2c}\, m_2\, g \cos\theta = m_2\, a$$

Multiplicando a primeira equação por m_2, a segunda por m_1, e igualando as duas expressões obtém-se

$$m_1\, m_2\, g \sin\theta + m_2\, T - \mu_{1c}\, m_1\, m_2\, g \cos\theta = m_2\, m_1\, g\, \sin\theta - m_1\, T - \mu_{2c}\, m_1\, m_2\, g \cos\theta$$

E a tensão no fio é

$$T = \frac{m_1\, m_2\, g\, (\mu_{1c} - \mu_{2c}) \cos\theta}{m_1 + m_2} = \frac{2 \times 9.8\, (0.28 - 0.2) \cos 20^\circ}{1 + 2} = 0.491 \text{ N}$$

Observe-se que se μ_{1c} não fosse maior que μ_{2c}, a corda não permanecia esticada e aparecia uma força de contacto entre os dois blocos.

Problema 2. Definindo a função y, igual à derivada de x, as equações de evolução do sistema são:

$$\dot{x} = y \qquad\qquad \dot{y} = x^3 - x - (a + x)\, y$$

Os pontos de equilíbrio são as soluções das equações

$$y = 0 \qquad x^3 - x - (a + x)\, y = x \left(x^2 - 1\right) = 0$$

Como tal, há três pontos de equilíbrio (x, y):

$$\text{P}_1 = (0, 0) \qquad\qquad \text{P}_2 = (1, 0) \qquad \text{P}_3 = (-1, 0)$$

Derivando os lados direitos das equações de evolução, em ordem a x e a y, obtém-se a matriz jacobiana:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3\,x^2 - y - 1 & -x - a \end{bmatrix}$$

No ponto P_1, a matriz da aproximação linear é então,

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & a \end{bmatrix}$$

que tem traço $-a$ e determinante igual a 1. Como tal, se a for positiva, P_1 é um ponto de equilíbrio estável e se a for negativa, esse ponto é instável. Será nó quando $|a| \geq 2$ (determinante menor que o traço ao quadrado sobre 4) ou foco quando $|a| < 2$.

As matrizes das aproximações lineares próximo dos pontos P_2 e P_3 são

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -1 - a \end{bmatrix} \qquad\qquad \mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 - a \end{bmatrix}$$

ambas com determinante igual a -2. Como tal, P_2 e P_3 são ambos pontos de sela, independentemente do valor de a.

Se $a < 0$, como todos os pontos de equilíbrio são instáveis, a corrente aumenta indefinidamente, que não é fisicamente possível. Se $a > 0$, como a origem é ponto de equilíbrio atrativo, para alguns valores iniciais da corrente e da sua derivada, a corrente aproximar-se-á de 0, que é fatível, mas para alguns valores iniciais a corrente também aumenta indefinidamente.

Perguntas

3. E **6.** B **9.** C **12.** B **15.** C

4. C **7.** C **10.** C **13.** A **16.** A

5. C **8.** A **11.** C **14.** C **17.** D

Cotações

Problema 1

- Diagramas de corpo livre e equações das somas das forças na alínea *a* ____ 1.2
- Resolução das equações para encontrar o ângulo máximo ____ 0.8
- Equações das somas das forças na alínea *b* ____ 1.2
- Resolução das equações para encontrar a tensão ____ 0.8

Problema 2

- Obtenção das equações de evolução ____ 0.8
- Determinação dos 3 pontos de equilíbrio ____ 0.8
- Obtenção da matriz jacobiana ____ 0.4
- Obtenção das 3 matrizes das aproximações lineares ____ 0.8
- Caraterização dos pontos de equilíbrio ____ 0.8
- Interpretação dos resultados ____ 0.4