U.PORTO

FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

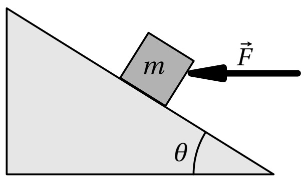
MESTRADO INTEGRADO EM ENG. INFORMÁTICA E COMPUTAÇÃO — 2018/2019

EIC0010 — FÍSICA I — 1º ANO, 2º SEMESTRE — 1 de julho de 2019

Nome:____

Duração 2 horas. Prova com consulta de formulário e uso de computador. O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros! Use $g = 9.8$ m/s^2.

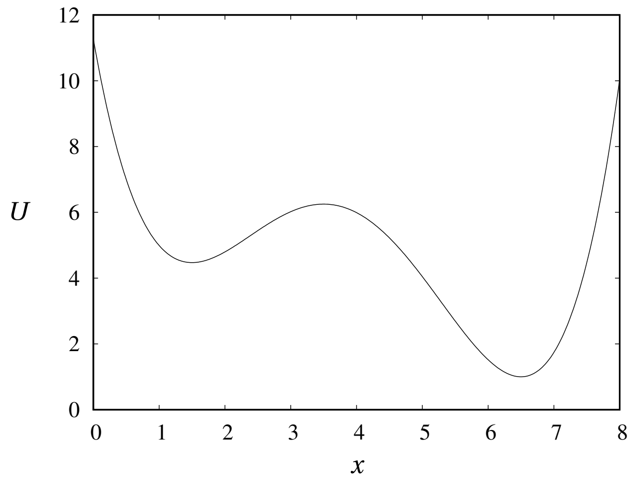
1. (4 valores) Um bloco de massa $m = 1.5$ kg encontra-se na superfície de um plano inclinado, que faz um ângulo $\theta = 28°$ com a horizontal. Entre o bloco e o plano inclinado o coeficiente de atrito estático é 0.3 e o coeficiente de atrito cinético é 0.2. Sobre o bloco atua uma força externa $\vec{F}$, horizontal, tal como mostra a figura. (*a*) Quando o módulo da força for $F = 10$ N, o bloco permanece em repouso; determine o valor da força de atrito entre o bloco e o plano. (*b*) Se a força aumenta para $F = 15$ N, o bloco acelera para cima do plano; determine o valor da aceleração.



2. (4 valores) A função hamiltoniana de um sistema conservativo é:

$$H(x, y) = \frac{y^2}{2} + U(x)$$

onde $U(x)$ é a função representada no gráfico à direita. (*a*) Determine a posição dos pontos de equilíbrio no plano xy. (*b*) Trace o retrato de fase aproximado, no plano xy, mostrando os pontos de equilíbrio e as curvas de evolução que considere mais importantes. (*c*) Se no instante $t = 0$ o estado do sistema for $(x, y) = (5, -1)$, explique como será a evolução do sistema em $t > 0$.



PERGUNTAS. Respostas certas, 0.8 valores, erradas, −0.2, em branco, 0.

3. O vetor posição dum ponto, em função do tempo, é dado pela expressão: $2\,t^4\,\hat{\imath} + (t^2 + 2)\,\hat{\jmath}$ (unidades SI). Calcule o ângulo entre os vetores velocidade e posição, no instante $t = 1$.

(A) 88.8° **(B)** 42.3° **(C)** 16.9° **(D)** 55.0° **(E)** 67.6°

Resposta: ☐

4. A expressão da energia cinética dum sistema conservativo é $\frac{1}{2}\left(\dot{s}^2 + 3\,s^2\right)$, onde s é a posição na trajetória, e a expressão da energia potencial total é $9\,s$. O sistema tem um único ponto de equilíbrio; determine o valor de s nesse ponto de equilíbrio.

(A) -1 **(B)** 2 **(C)** -2 **(D)** 3 **(E)** 1

Resposta: ☐

5. As equações de evolução dum sistema linear são:

$\dot{x} = x - 2\,y \qquad \dot{y} = 2\,x + y$

Como variam x e y em função do tempo?

(A) Oscilam com período $\pi/2$ e amplitude crescente.

(B) Oscilam com período $\pi/2$ e amplitude constante.

(C) Oscilam com período igual a π e amplitude constante.

(D) Oscilam com período π e amplitude crescente.

(E) Oscilam com período $\pi/2$ e amplitude decrescente.

Resposta: ☐

6. A força resultante sobre um objeto de massa 2 kg é $\vec{F} = 2\,\hat{\imath} + 7\,t\,\hat{\jmath}$ (SI). Se a velocidade do objeto em $t = 0$ for $5\,\hat{\imath} + 6\,\hat{\jmath}$ m/s, calcule a velocidade em $t = 7$ s.

(A) $12.0\,\hat{\imath} + 30.5\,\hat{\jmath}$ **(B)** $7.0\,\hat{\imath} + 85.8\,\hat{\jmath}$ **(C)** $12.0\,\hat{\imath} + 91.8\,\hat{\jmath}$ **(D)** $12.0\,\hat{\imath} + 85.8\,\hat{\jmath}$ **(E)** $19.0\,\hat{\imath} + 177.5\,\hat{\jmath}$

Resposta: ☐

7. O espaço de fase dum sistema dinâmico é o plano xy. Em coordenadas polares, as equações de evolução são $\dot{\theta} = -3$, $\dot{r} = r^3 + 3\,r^2 + 2\,r$. Quantos ciclos limite tem o sistema?

(A) 1 **(B)** 4 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 0

Resposta: ☐

8. A matriz jacobiana dum sistema não linear, num ponto de equilíbrio P no plano de fase (x, y), encontra-se na variável J do Maxima. O comando `eigenvectors(J)` produz:

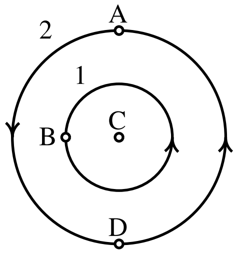
```
[[[-1,-2], [1,1]], [[[1,-1]], [[1,1/3]]]]
```

que tipo de ponto de equilíbrio é o ponto P?

(A) ponto de sela. **(B)** centro. **(C)** foco repulsivo. **(D)** nó atrativo. **(E)** foco atrativo.

Resposta: ☐

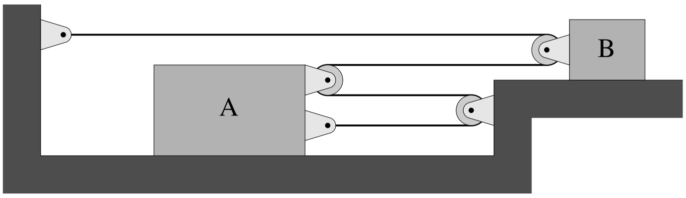
9. A figura mostra o retrato de fase dum sistema dinâmico com duas variáveis de estado e 4 pontos de equilíbrio: A, B, C e D. Que tipo de curva de evolução é a circunferência número 2?



(A) Isoclina.
(B) Nulclina.
(C) Órbita homoclínica.
(D) Ciclo.
(E) Órbita heteroclínica.

Resposta: ☐

10. O bloco B move-se para a direita com velocidade de valor constante 210 mm/s. Calcule o valor absoluto da velocidade do bloco A.



(A) 105 mm/s
(B) 70 mm/s
(C) 210 mm/s
(D) 140 mm/s
(E) 315 mm/s

Resposta: ☐

11. Quando um avião acelera desde o repouso, na pista de descolagem, a expressão da sua aceleração tangencial é $2.5 - 2.5 \times 10^{-5} v^2$ (em unidades SI), onde v é o valor da velocidade do avião. Para conseguir levantar voo, a velocidade mínima do avião no fim da pista deve ser de 250 km/h. Determine o comprimento mínimo, em metros, que deverá ter a pista de descolagem.

(A) 612
(B) 989
(C) 701
(D) 1251
(E) 820

Resposta: ☐

12. Qual das seguintes equações poderá ser uma das equações de evolução num sistema de duas espécies?

(A) $\dot{y} = y^3 - 3x \sin x$
(B) $\dot{y} = y^3 + 3xy \sin x$
(C) $\dot{y} = x\sqrt{y+1} - 5yx^2$
(D) $\dot{y} = x\sqrt{y-x} + xy^2$
(E) $\dot{y} = 2xy^2 - x \cos y$

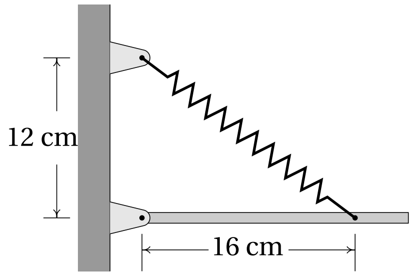
Resposta: ☐

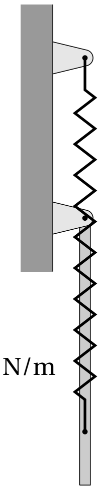
13. As equações de evolução dum sistema linear, são:
$\dot{x} = ax + y \qquad \dot{y} = x + a(x+y)$
onde a está no intervalo $a < -1$. Que tipo de ponto de equilíbrio é a origem do espaço de fase?

(A) nó atrativo
(B) foco atrativo
(C) nó repulsivo
(D) ponto de sela
(E) foco repulsivo

Resposta: ☐

14. A barra na figura é homogénea, com 20 cm de comprimento e massa igual a 50 gramas. Se na posição inicial, no lado esquerdo da figura, a barra for largada do repouso na posição horizontal, rodará descendo até a posição vertical, no lado direito da figura. Uso-se uma mola de 15 cm (quando não está nem comprida nem esticada) e com constante elástica que faz com que quando a barra desca fique novamente em repouso na posição vertical. Determine a constante elástica da mola.





(A) 2.72 N/m
(B) 6.81 N/m
(C) 4.08 N/m
(D) 5.44 N/m
(E) 8.17 N/m

Resposta: ☐

15. Calcule o momento de inércia de uma esfera homogénea com 2 centímetros de raio e massa igual a 101 gramas, que roda à volta dum eixo tangente à superfície da esfera, sabendo que o momento de inércia de uma esfera de raio R e massa m à volta do eixo que passa pelo centro é $2\,m\,R^2/5$.

(A) 3.23×10^{-5} kg·m^2
(B) 8.08×10^{-6} kg·m^2
(C) 1.62×10^{-5} kg·m^2
(D) 2.89×10^{-5} kg·m^2
(E) 5.66×10^{-5} kg·m^2

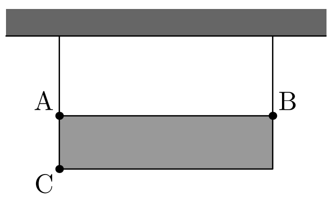
Resposta: ☐

16. Um jogador de golfe lança a sua bola com uma velocidade inicial de 53 m/s, fazendo um ângulo de 25° com a horizontal. Desprezando a resistência do ar, determine o raio de curvatura da trajetória descrita pela bola, no ponto inicial onde esta foi lançada.

(A) 183.0 m
(B) 219.6 m
(C) 316.3 m
(D) 152.5 m
(E) 263.6 m

Resposta: ☐

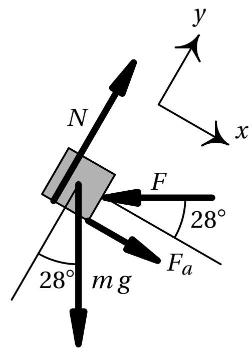
17. Para determinar a posição do seu centro de gravidade, uma barra retangular foi pendurada de dois fios verticais, ficando em repouso na posição horizontal que mostra a figura. Sabendo que a tensão no fio ligado no ponto A é 2.2 N, a tensão no fio ligado em B é 3.1 N e o comprimento da barra, desde A até B, é 30 cm, determine a distância desde a aresta AC até o centro de gravidade.



(A) 8.4 cm
(B) 17.5 cm
(C) 12.2 cm
(D) 10.1 cm
(E) 14.6 cm

Resposta: ☐

Resolução do exame de 1 de julho de 2019 Regente: Jaime Villate



Problema 1. O gráfico à direita mostra o diagrama de corpo livre do bloco e uma forma possível de definir os eixos x e y. O sentido indicado na figura para a força de atrito, F_a, é o que terá na alínea b, quando for atrito cinético, oposto ao sentido do movimento do bloco. Na alínea a, em que o atrito é estático, poderá ter esse sentido ou o sentido oposto (nesse segundo caso, o valor obtido para F_a será negativo).
(a) Uma das condições de equilíbrio é que a componente x da força resultante seja nula, que traduz-se na seguinte equação:

$$F_a + m\,g \sin 28^\circ - F \cos 28^\circ = 0 \quad\Longrightarrow\quad F_a = 10 \cos 28^\circ - 14.7 \sin 28^\circ = 1.928\ \text{N}$$

O sinal positivo indica que a força de atrito sim é no sentido indicado na figura.
(b) A força de atrito, F_a, corresponde a atrito cinético e, como tal,

$$F_a = \mu_c\, N = 0.2\, N$$

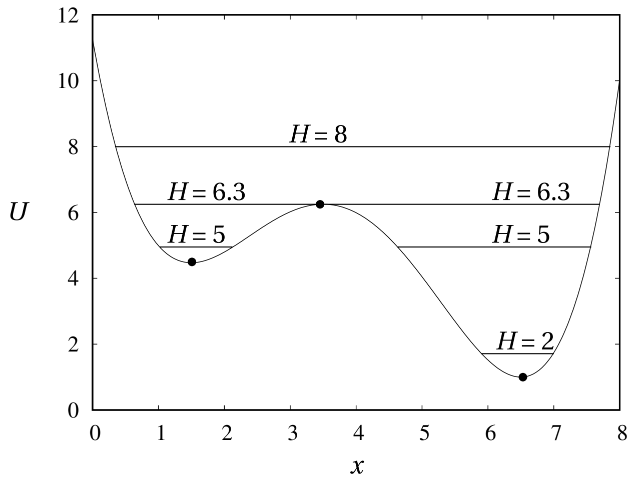
A componente y da força resultante deverá ser nula, e a componente x deverá ser igual a menos a massa vezes a aceleração:

$$\begin{cases} N - 15 \sin 28^\circ - 14.7 \cos 28^\circ = 0 \\ 0.2\,N + 14.7 \sin 28^\circ - 15 \cos 28^\circ = -1.5\,a \end{cases} \quad\Longrightarrow\quad \begin{cases} N = 20.02\ \text{N} \\ a = 1.559\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{cases}$$

Problema 2. As equações de evolução do sistema são obtidas a partir das equações de Hamilton:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial y} = y \qquad\qquad \dot{y} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}$$

Ou, em vez de usarmos as equações de Hamilton, podemos considerar que o sistema é uma partícula de massa igual a 1, que se desloca no eixo dos x, sob a ação da energia potencial $U(x)$, com velocidade $y = \dot{x}$. A função hamiltoniana é a energia mecânica dessa partícula.



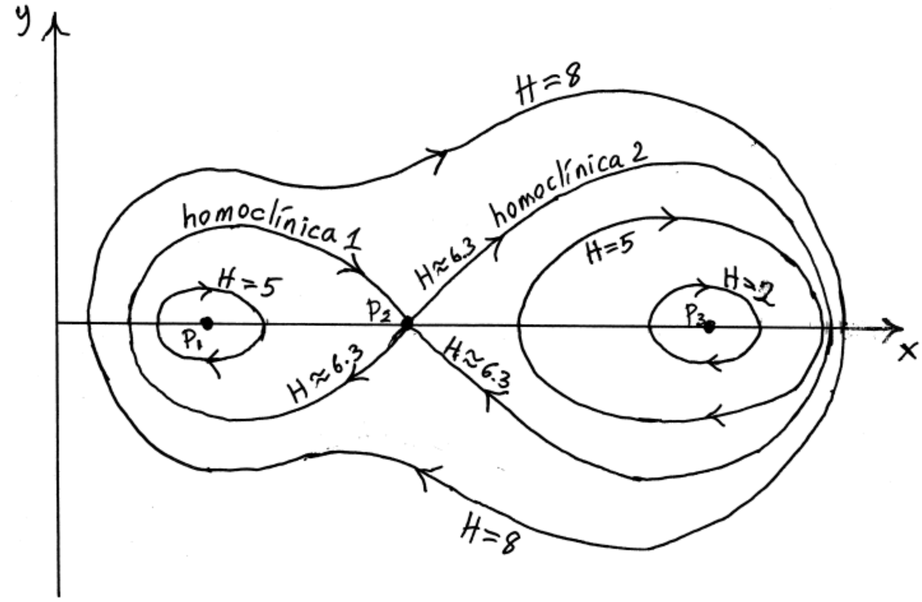
(a) Há três pontos de equilíbrio, onde a derivada de U é nula: dois mínimos locais em $x \approx 1.5$ e $x \approx 6.5$, e um máximo local em $x \approx 3.5$, indicados na figura ao lado com três círculos. A primeira equação de evolução implica que nos pontos de equilíbrio $y = 0$. As coordenadas (x,y) dos 3 pontos de equilíbrio são então:

$$P_1 = (1.5, 0) \qquad P_2 = (3.5, 0) \qquad P_3 = (6.5, 0)$$

(b) As barras horizontais na figura mostram onde poderá estar o sistema para diferentes valores de H. Há 4 casos diferentes:
(i) H maior que o valor de H no ponto P_3 (igual a $U(6.5) \approx 1$, porque $y = 0$) e menor que o valor de H no ponto P_1 ($U(1.5) \approx 4.3$); optamos por usar $H = 2$ que, como mostra o gráfico, corresponde a um ciclo à volta de P_3. (ii) H maior que 4.3 e menor que o valor de H no ponto P_2 ($U(3.5) \approx 6.3$); optamos por

usar $H = 5$, que conduz a dois ciclos diferentes, um à volta de P_1 e outro à volta de P_3. (iii) $H \approx 6.3$, que conduz a duas órbitas homoclínicas, uma à volta de P_1 e outra à volta de P_3. (iv) $H > 6.3$, que conduz a ciclos que contornam os 3 pontos de equilíbrio (mostra-se o caso $H = 8$).

O retrato de fase é o sumário desses resultados:



(c) $H(5,-1) \approx 1/2 + 4 = 4.5$, que se encontra na região onde há ciclos em torno do ponto P_3. O sistema oscila em torno desse ponto. O valor inicial negativo de y implica que x diminui e y aumenta, até um instante em que $x \approx 4.5$ e $y = 0$. A partir desse instante, x e y aumentam, até um instante em que $x = 6.5$ e y atinge o valor máximo $y = \sqrt{2(4.5-1)} \approx 2.6$; a seguir, x continua a aumentar mas y diminui, até um instante em que $x \approx 7.5$ e $y = 0$. Depois, x e y diminuem até $x = 6.5$, $y = -2.6$ (valor mínimo de y). A seguir, x continua a diminuir mas y aumenta, até voltar ao estado inicial do sistema: $x = 5$, $y = -1$. O mesmo ciclo repete-se indefinidamente.

Perguntas

3. B **6.** C **9.** E **12.** B **15.** E

4. D **7.** E **10.** D **13.** B **16.** C

5. D **8.** D **11.** B **14.** B **17.** B

Cotações

Problema 1

- Diagrama de corpo livre incluindo ângulos e eixos ______ 0.8
- Expressão da soma das componentes das forças paralelas ao plano (a) ______ 0.8
- Obtenção da força de atrito, indicando as unidades ______ 0.2
- Relação entre força de atrito cinético e reação normal (b) ______ 0.4
- Expressão da soma das componentes das forças paralelas ao plano (b) ______ 0.8
- Expressão da soma das componentes das forças perpendiculares ao plano (b) ______ 0.8
- Obtenção da aceleração, indicando as unidades ______ 0.2

Problema 2

- Obtenção dos 3 pontos de equilíbrio ______ 0.8
- Retrato de fase mostrando os eixos x e y, os 3 pontos de equilíbrio e as curvas importantes (órbitas homoclínicas/heteroclínicas, ciclos, curvas abertas) com setas que indiquem o sentido em que o sistema evolui ______ 2.4
- Explicação da evolução do sistema para $t > 0$ na alínea c ______ 0.8