

NOME: _____ LOG-IN FEUP: _____

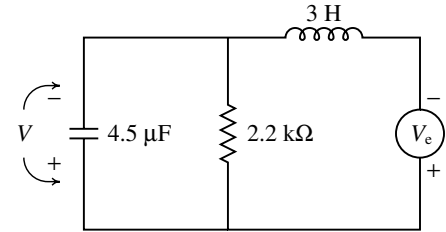
Exame de recurso

31 de janeiro de 2012

Duração: Duas horas. Com consulta de formulário e utilização de meios de cálculo. Note que os meios de cálculo não podem ser usados como meios de comunicação ou de consulta da matéria! A violação desta regra implica exclusão imediata.

1. (4 valores). Uma carga pontual de -3.6 nC encontra-se na origem e uma segunda carga pontual de 4.7 nC encontra-se na posição $y = 4.3 \text{ cm}$, no eixo dos y . Calcule o campo elétrico resultante dessas duas cargas no ponto em $x = 8.4 \text{ cm}$, no eixo dos x . Se um eletrão fosse colocado nesse mesmo ponto, calcule a força elétrica sobre ele. Escreva as suas respostas em forma vetorial, indicando as unidades.

2. (4 valores). A figura mostra o diagrama de circuito de um filtro. O sinal de entrada é V_e e o sinal de saída é V . Encontre a função de transferência do filtro e a equação diferencial que permite calcular $V(t)$ para um sinal de entrada $V_e(t)$ dado.



PERGUNTAS. Cotação: Respostas certas, 0,8, erradas, $-0,2$, em branco, 0. Cada pergunta tem uma única resposta. Serão avaliadas apenas as respostas que apareçam na caixa de **Resposta** (e não na folha de exame ou de rascunho).

3. Em qualquer ponto (x,y) no plano xy , as componentes do campo elétrico produzido por duas cargas pontuais são:

$$E_x = \frac{360x}{[x^2 + (y+1)^2]^{3/2}} - \frac{450x}{[x^2 + (y-1)^2]^{3/2}}$$

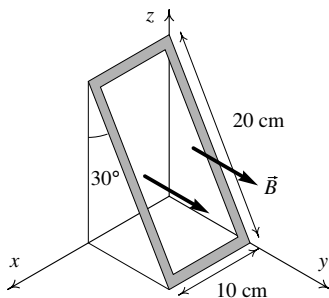
$$E_y = \frac{360(y+1)}{[x^2 + (y+1)^2]^{3/2}} - \frac{450(y-1)}{[x^2 + (y-1)^2]^{3/2}}$$

Em que as distâncias são medidas em cm, as cargas em nC e o campo em $\mu\text{N/nC}$. Encontre a posição do ponto onde o campo é nulo.

- (A) (17.9, 0) (C) (-17.9, 0) (E) (0, 0)
 (B) (0, -17.9) (D) (0, 17.9)

Resposta:

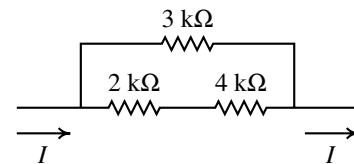
4. Uma espira retangular, com arestas de 10 cm e 20 cm, encontra-se inclinada 30° em relação ao plano xz , como mostra a figura. Calcule o fluxo magnético produzido através da espira por um campo magnético uniforme, na direção e sentido do eixo dos y , com módulo de 3.5 T.



- (A) $0.035 \text{ T}\cdot\text{m}^2$ (C) $3.5 \text{ T}\cdot\text{m}^2$ (E) $0.105 \text{ T}\cdot\text{m}^2$
 (B) $0.07 \text{ T}\cdot\text{m}^2$ (D) $0.061 \text{ T}\cdot\text{m}^2$

Resposta:

5. No circuito da figura, sabendo que a corrente total que circula através do sistema é $I = 18 \text{ mA}$, calcule a diferença de potencial na resistência de $2 \text{ k}\Omega$.



- (A) 126 V (C) 108 V (E) 24 V
 (B) 12 V (D) 54 V

Resposta:

6. Uma onda eletromagnética plana propaga-se no sentido positivo do eixo dos z . Num dado instante, $t = 0$, o valor do campo elétrico, em função de z é dado pela expressão: $E = E_0 \sin(4.7z)$ (unidades SI). Calcule o comprimento de onda.

- (A) 110 cm (C) 82 cm (E) 94 cm
 (B) 134 cm (D) 170 cm

Resposta:

7. A dualidade onda-partícula da luz consiste em que algumas das suas propriedades podem ser explicadas unicamente se a luz for uma onda, enquanto que outras só podem ser explicadas se a luz for um conjunto de partículas (fotões). A interferência da luz é evidência experimental de qual dessas duas naturezas da luz?

- (A) Onda. (C) Ambas. (E) Nenhuma.
 (B) Partícula. (D) Onda plana.

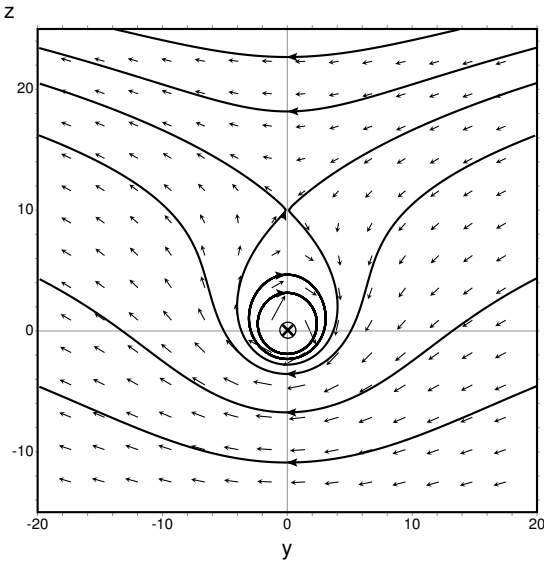
Resposta:

8. Uma bobina tem indutância de 38 mH e resistência de 40 Ω . Calcule o módulo da impedância da bobina, para uma tensão alternada com frequência de 150 Hz.

- (A) 151.6 Ω (C) 53.7 Ω (E) 64.8 Ω
 (B) 26.8 Ω (D) 75.8 Ω

Resposta:

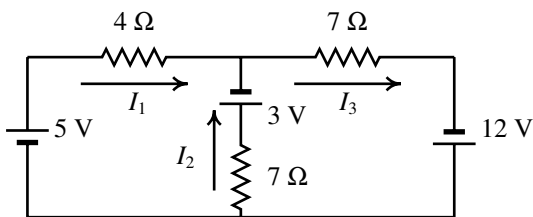
9. A figura mostra o campo magnético, no plano yz , produzido por um fio com corrente dentro de um campo magnético uniforme. O fio é retilíneo, muito comprido e paralelo ao eixo dos x . Indique a direção e sentido da força magnética que atua sobre o fio.



- (A) Sentido positivo do eixo dos y
 (B) Sentido positivo do eixo dos x
 (C) Sentido negativo do eixo dos y
 (D) Sentido positivo do eixo dos z
 (E) Sentido negativo do eixo dos z

Resposta:

10. Qual é a equação da malha do lado direito no circuito?



- (A) $9 - 7I_2 + 7I_3 = 0$ (D) $15 - 7I_2 + 7I_3 = 0$
 (B) $9 - 7I_2 - 7I_3 = 0$ (E) $9 + 7I_2 - 7I_3 = 0$
 (C) $15 - 7I_2 - 7I_3 = 0$

Resposta:

11. Um circuito de corrente alternada é composto por várias resistências e indutores. Qual dos números complexos na lista poderá ser a impedância equivalente do circuito?

- (A) $-2.3 - i1.2$ (D) $-2.3 + i1.2$
 (B) $2.3 + i1.2$ (E) $i1.2$
 (C) $2.3 - i1.2$

Resposta:

12. Duas cargas pontuais encontram-se sobre o eixo dos x , em $x = -5$ cm e $x = 1$ cm. A carga em $x = -5$ cm é igual a $+2$ nC mas o valor da outra carga é desconhecido. Arbitrando potencial igual a zero no infinito e sabendo que o potencial também é nulo no ponto $x = -2$ cm sobre o eixo dos x , calcule o valor da segunda carga.

- (A) -2 nC (C) -1 nC (E) -4 nC
 (B) -3 nC (D) -5 nC

Resposta:

13. O coeficiente de temperatura do alumínio a 20°C , é igual a 0.0039. Se a resistência de uma barra de alumínio é 65 Ω a 20°C , qual será a resistência quando a barra for aquecida até 88°C ?

- (A) 108.1 Ω (C) 99.5 Ω (E) 73.6 Ω
 (B) 82.2 Ω (D) 85.7 Ω

Resposta:

14. Dois condensadores com capacidades 5 μF e 10 μF são ligados em série a uma fonte de 6 V. Calcule a diferença de potencial no condensador de 5 μF .

- (A) 1 V (C) 2 V (E) 5 V
 (B) 4 V (D) 3 V

Resposta:

15. Num condutor ligado a uma pilha com fem de 1.5 V, circulam 8×10^{16} elétrons de condução durante 2 segundos. Calcule a energia fornecida pela pilha durante esse intervalo.

- (A) 61.44 mJ (C) 5.76 mJ (E) 76.8 mJ
 (B) 36.48 mJ (D) 19.2 mJ

Resposta:

16. Se a equação diferencial de um circuito for: $3V'' + V = -2V_e$, qual será a sua função de transferência?

- (A) $\frac{2}{s^2 + 3}$ (C) $\frac{2}{3s^2 + 1}$ (E) $\frac{-2}{3s^2 + 1}$
 (B) $\frac{2s}{3s^2 + 1}$ (D) $\frac{2s}{s^2 + 3}$

Resposta:

17. Num sistema de três cargas pontuais, $q_1 = 2$ nC, $q_2 = 2$ nC e $q_3 = 2$ nC, a distância entre as cargas 1 e 2 é 2 cm, entre as cargas 1 e 3 é 3 cm, e entre as cargas 2 e 3 é 4 cm. Calcule a relação entre as forças elétricas produzidas pelas cargas 1 e 2 sobre a carga 3.

- (A) 4/3 (C) 16/9 (E) 9/16
 (B) 32/9 (D) 9/8

Resposta:

Problemas

1. Há duas formas de resolver este problema. A primeira, usada no capítulo 1, consiste em calcular o módulo do campo produzido por cada carga e a seguir desenhar as posições das cargas e do ponto, para calcular as componentes x e y de cada campo, usando trigonometria, e poder somar as componentes. A segunda forma, que vamos usar aqui, consiste em escrever a expressão do capítulo 6 para as componentes do campo elétrico de um sistema de cargas pontuais, e substituir as posições e valores das duas cargas, que neste caso são:

$$x_1 = 0 \quad y_1 = 0 \quad q_1 = -3.6 \quad x_2 = 0 \quad y_2 = 4.3 \quad q_2 = 4.7$$

e o ponto onde vamos calcular o campo: $x = 8.4$, $y = 0$. No sistema de unidades que estamos a usar, as distâncias são medidas em cm, as cargas em nC e, portanto a constante de Coulomb será:

$$k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} = 90 \frac{\mu\text{N} \cdot \text{cm}^2}{\text{nC}^2}$$

Substituindo esses valores na expressão para as componentes do campo obtemos:

$$E_y = \frac{k q_1 (x - x_1)}{[(x - x_1)^2 + (y + y_1)^2]^{3/2}} + \frac{k q_2 (x - x_2)}{[(x - x_2)^2 + (y + y_2)^2]^{3/2}} = \frac{90 \times (-3.6) \times 8.4}{(8.4^2)^{3/2}} + \frac{90 \times 4.7 \times 8.4}{[8.4^2 + (-4.3)^2]^{3/2}} = -0.3635$$

$$E_y = \frac{k q_1 (y - y_1)}{[(x - x_1)^2 + (y + y_1)^2]^{3/2}} + \frac{k q_2 (y - y_2)}{[(x - x_2)^2 + (y + y_2)^2]^{3/2}} = \frac{90 \times (-3.6) \times 0}{(8.4^2)^{3/2}} + \frac{90 \times 4.7 \times (-4.3)}{[8.4^2 + (-4.3)^2]^{3/2}} = -2.165$$

Em forma vetorial, o campo é:

$$\vec{E} = (-0.3635 \vec{e}_x - 2.165 \vec{e}_y) \frac{\mu\text{N}}{\text{nC}}$$

A força sobre o eletrão calcula-se multiplicando o campo pela carga do eletrão, em nC:

$$\vec{F} = -1.6 \times 10^{-10} (-0.3635 \vec{e}_x - 2.165 \vec{e}_y) = (5.82 \times 10^{-11} \vec{e}_x + 3.46 \times 10^{-10} \vec{e}_y) \mu\text{N}$$

2. Começaremos por definir um sistema de unidades consistentes. Se escolhermos $k\Omega$ para as impedâncias, como o henry (H) é igual a $\Omega \cdot s = k\Omega \cdot \text{ms}$, se medirmos a indutância em H e o tempo em ms, seremos consistentes com a impedância em $k\Omega$. Finalmente μF é equivalente a $\mu\text{s}/\Omega = \text{ms}/k\Omega$; assim, podemos medir a capacidade em μF , sendo consistente com a impedância em $k\Omega$ e o tempo em ms.

No sistema de unidades escolhido, a impedância da resistência é 2.2, a impedância do indutor é 3 s e a impedância do condensador é $1/(4.5 \text{ s})$. A tensão de saída é a mesma que no sistema do condensador e a resistência em paralelo, que tem impedância:

$$Z_1 = \frac{2.2 \left(\frac{1}{4.5 \text{ s}} \right)}{2.2 + \frac{1}{4.5 \text{ s}}} = \frac{2.2}{9.9 \text{ s} + 1}$$

Para calcular essa tensão, precisamos saber a corrente, que é a mesma corrente que circula no sistema de Z_1 em série com a impedância 3 s do indutor; consequentemente:

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_e}{Z_1 + 3 \text{ s}} = \frac{\tilde{V}_e}{\frac{2.2}{9.9 \text{ s} + 1} + 3 \text{ s}} = \frac{(9.9 \text{ s} + 1)\tilde{V}_e}{29.7 \text{ s}^2 + 3 \text{ s} + 2.2}$$

e a tensão no sistema do condensador em paralelo com a resistência é:

$$\tilde{V} = Z_1 \tilde{I} = \left(\frac{2.2}{9.9 \text{ s} + 1} \right) \left(\frac{(9.9 \text{ s} + 1)\tilde{V}_e}{29.7 \text{ s}^2 + 3 \text{ s} + 2.2} \right) = \frac{2.2 \tilde{V}_e}{29.7 \text{ s}^2 + 3 \text{ s} + 2.2} \quad (1)$$

Assim, concluímos que a função de transferência é igual a:

$$\tilde{H} = \frac{\tilde{V}}{\tilde{V}_e} = \frac{2.2}{29.7 \text{ s}^2 + 3 \text{ s} + 2.2}$$

onde a frequência s deverá ser medida em kHz (inverso das nossas unidades de ms para o tempo).

A equação 1 pode ser escrita na forma equivalente:

$$(29.7 s^2 + 3 s + 2.2) \tilde{V} = 2.2 \tilde{V}_e$$

A transformada inversa de essa equação será a equação diferencial do filtro:

$$29.7 V'' + 3 V' + 2.2 V = 2.2 V_e$$

Perguntas

- | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|
| 3. B | 6. B | 9. D | 12. A | 15. D |
| 4. D | 7. A | 10. B | 13. B | 16. E |
| 5. B | 8. C | 11. B | 14. B | 17. C |