

Nome: _____

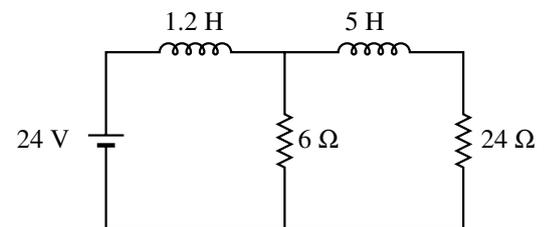
Prova com consulta de formulário e uso de computador. O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros!

1. (4 valores) A única força que atua sobre um eletrão num acelerador de partículas é a força elétrica (o peso e a resistência do meio são desprezáveis comparadas com essa força). O potencial eletrostático no acelerador é dado pela expressão:

$$V = x + y + z e^{-5x}$$

em unidades SI, onde (x, y, z) são as coordenadas cartesianas. Num instante inicial o eletrão passa pela origem, com velocidade de módulo 3 m/s e um instante mais tarde passa pelo ponto (1, 2, 1). (a) Determine o vetor da força eletrostática sobre o eletrão, na origem e no ponto (1, 2, 1). (b) Calcule o módulo da velocidade do eletrão no ponto (1, 2, 1) (a massa de um eletrão é 9.11×10^{-31} kg).

2. (4 valores) A fonte no circuito do diagrama foi ligada no instante $t = 0$ e nesse instante as correntes nos dois indutores eram nulas. (a) Determine a diferença de potencial em cada um dos dois indutores, no instante $t = 0$. (b) Determine a intensidade da corrente em cada indutor, no limite $t \rightarrow \infty$. (c) Encontre as expressões das correntes nos dois indutores em função do tempo, para $t > 0$.



PERGUNTAS. Avalia-se unicamente a **letra** que apareça na caixa de “Resposta”. **Cotação:** certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco ou ilegível, 0.

3. Se a equação diferencial de um circuito for: $V'' + 3V = 2V_e$, qual será a sua função de transferência?

- (A) $\frac{2}{s^2 + 3}$ (C) $\frac{-2}{3s^2 + 1}$ (E) $\frac{2s}{3s^2 + 1}$
(B) $\frac{2}{3s^2 + 1}$ (D) $\frac{2s}{s^2 + 3}$

Resposta:

4. Um circuito é alimentado por uma fonte de tensão alternada. Se a tensão eficaz da fonte for diminuída a metade, a tensão máxima em cada elemento do circuito:

- (A) Duplica.
(B) Permanece igual.
(C) Aumenta num fator $\sqrt{2}$.
(D) Diminui num fator $\sqrt{2}$.
(E) Diminui a metade.

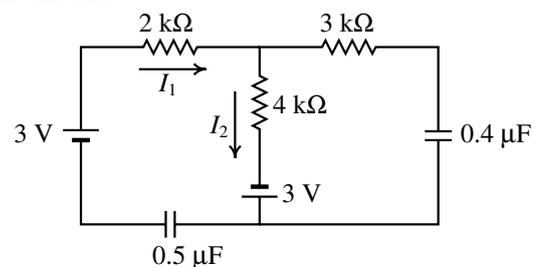
Resposta:

5. O campo elétrico numa região do espaço é $4\vec{e}_x + 2\vec{e}_y + 6\vec{e}_z$ (unidades SI). Determine o valor do fluxo elétrico através do triângulo com vértices na origem e nos pontos (2.4, 0, 0) e (0, 6.1, 0), em unidades SI.

- (A) 17.57 (C) 31.62 (E) 13.18
(B) 35.14 (D) 43.92

Resposta:

6. No circuito representado no diagrama, num determinado instante os valores das correntes são $I_1 = 542 \mu\text{A}$ e $I_2 = 694 \mu\text{A}$. Determine o valor da carga no condensador de $0.4 \mu\text{F}$ nesse mesmo instante.



- (A) 30.93 nC (C) 18.56 nC (E) 92.8 nC
(B) 11.6 nC (D) 15.47 nC

Resposta:

7. O campo magnético produzido por um fio retilíneo com corrente I é dado pela expressão

$$-\frac{2k_m I x}{z^2 + x^2} \vec{e}_z + \frac{2k_m I z}{z^2 + x^2} \vec{e}_x$$

Calcule o campo elétrico induzido, num referencial que se desloca com velocidade $v \vec{e}_x$ em relação ao fio.

- (A) $-\frac{2k_m I v x}{z^2 + x^2} \vec{e}_y$ (C) $-\frac{2k_m I v z}{z^2 + x^2} \vec{e}_y$ (E) $\frac{2k_m I v x}{z^2 + x^2} \vec{e}_y$
(B) $\frac{2k_m I v z}{z^2 + x^2} \vec{e}_y$ (D) $\frac{2k_m I v}{z^2 + x^2} \vec{e}_y$

Resposta:

8. O módulo da força elétrica entre duas cargas pontuais é F . Se a distância entre as cargas aumentar num fator de 3, o módulo da força elétrica entre elas será:

- (A) $F/6$ (C) $6F$ (E) $F/9$
 (B) $9F$ (D) $F/3$

Resposta:

9. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) O campo elétrico na superfície de um condutor isolado é nulo.
 (B) Dentro de um condutor isolado o campo elétrico é sempre nulo.
 (C) Se a carga total num condutor isolado for nula a carga superficial será nula.
 (D) Numa região do espaço, se não existir carga o campo elétrico será nulo.
 (E) O campo elétrico dentro de uma esfera oca é sempre nulo.

Resposta:

10. Calcule a resistência de um secador de cabelo de 370 W a 230 V.

- (A) 370.0Ω (C) 3.86Ω (E) 142.97Ω
 (B) 0.17Ω (D) 0.62Ω

Resposta:

11. Sabendo que a rigidez dielétrica do ar é 3 kV/mm, determine o raio mínimo que deverá ter uma esfera condutora, rodeada de ar, para poder manter uma carga total de 2 C sem se descarregar.

- (A) 154.9 m (C) 387.3 m (E) 697.1 m
 (B) 309.8 m (D) 77.5 m

Resposta:

12. Um campo magnético com valor de 10 G é equivalente a:

- (A) 1 C/(mA·s) (D) 1 N·mC/(s·m)
 (B) 1 N·A/ms (E) 1 N·m/ms²
 (C) 1 N·ms/(C·m)

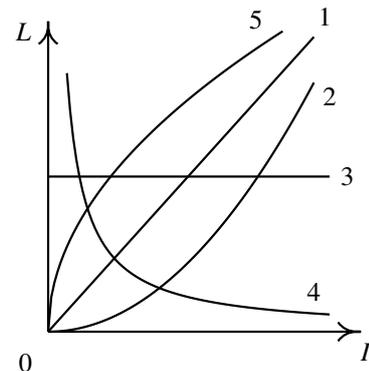
Resposta:

13. Um plano com 1900 cm² de área tem uma carga total de 40 nC, distribuída uniformemente. Calcule, aproximadamente, o módulo do campo elétrico do plano, em pontos muito próximos do plano.

- (A) 23.81 kN/C (C) 59.5 N/C (E) 119.0 N/C
 (B) 11.9 kN/C (D) 238.1 N/C

Resposta:

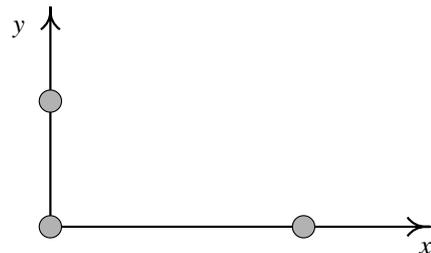
14. Qual das 5 curvas no gráfico representa melhor a indutância L de uma bobina, em função da sua corrente I ?



- (A) 3 (C) 1 (E) 2
 (B) 4 (D) 5

Resposta:

15. A figura representa três fios condutores retilíneos, muito compridos e paralelos ao eixo dos z , com correntes no sentido positivo desse eixo. O primeiro fio passa pelo ponto $(x, y) = (0, 2 \text{ cm})$ e tem corrente de 0.73 A, o segundo fio passa pela origem e tem corrente de 0.63 A e o terceiro fio passa pelo ponto $(x, y) = (4 \text{ cm}, 0)$ e tem corrente de 0.88 A. Calcule o módulo da força magnética resultante, por unidade de comprimento, no fio que passa pela origem.



- (A) 21.48 $\mu\text{N/m}$ (D) 26.85 $\mu\text{N/m}$
 (B) 16.11 $\mu\text{N/m}$ (E) 5.37 $\mu\text{N/m}$
 (C) 42.96 $\mu\text{N/m}$

Resposta:

16. Num condutor ligado a uma pilha com f.e.m. de 1.5 V, circulam 4×10^{16} elétrons de condução durante 7 segundos. Calcule a potência média fornecida pela pilha nesse intervalo.

- (A) 0.69 mW (C) 1.1 mW (E) 0.14 mW
 (B) 3.43 mW (D) 1.37 mW

Resposta:

17. Uma bobina tem indutância de 35 mH e resistência de 30 Ω . Calcule o módulo da impedância da bobina, para uma tensão alternada com frequência de 150 Hz.

- (A) 53.8 Ω (C) 44.6 Ω (E) 63.0 Ω
 (B) 22.3 Ω (D) 126.0 Ω

Resposta:

Problemas

Problema 1. (a) O campo elétrico é igual a menos o gradiente do potencial:

$$\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{e}_y - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{e}_z = (5ze^{-5x} - 1)\vec{e}_x - \vec{e}_y - e^{-5x}\vec{e}_z$$

e a força elétrica é igual ao produto da carga do eletrão ($-e$, onde e é a carga elementar) e o campo elétrico:

$$\vec{F}(x, y, z) = e(1 - 5ze^{-5x})\vec{e}_x + e\vec{e}_y + e^{-5x}\vec{e}_z$$

Substituindo $e = 1.602 \times 10^{-19}$ e os valores das coordenadas obtém-se,

$$\vec{F}(0, 0, 0) = 1.602 \times 10^{-19}\vec{e}_x + 1.602 \times 10^{-19}\vec{e}_y + 1.602 \times 10^{-19}\vec{e}_z \text{ (N)}$$

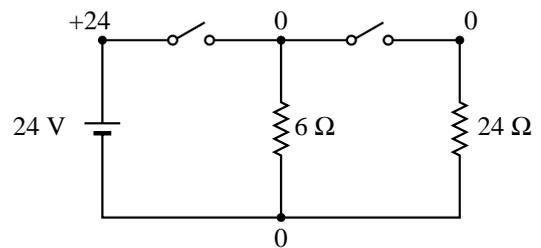
$$\vec{F}(1, 2, 1) = 1.548 \times 10^{-19}\vec{e}_x + 1.602 \times 10^{-19}\vec{e}_y + 1.079 \times 10^{-21}\vec{e}_z \text{ (N)}$$

(b) Como a única força externa relevante é conservativa, há conservação da energia mecânica:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - eV(0, 0, 0) = \frac{1}{2}mv_1^2 - eV(1, 2, 1) \implies 4.555 \times 10^{-31} \times 9 - 0 = 4.555 \times 10^{-31}v_1^2 - 1.602 \times 10^{-19} \times 3.007$$

$$v_1 = \sqrt{9 + \frac{4.817 \times 10^{-19}}{4.555 \times 10^{-31}}} = 1.028 \frac{\text{Mm}}{\text{s}}$$

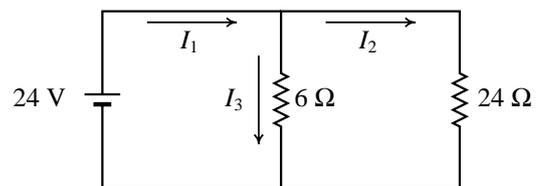
Problema 2. (a) O diagrama à direita mostra o circuito equivalente no instante $t = 0$. Como as correntes nas duas resistências são nulas, o potencial nos dois lados de cada resistência terá o mesmo valor. Arbitrando potencial igual a 0 no ânodo da fonte, o diagrama mostra o valor do potencial nos quatro pontos do circuito; assim sendo, conclui-se que a diferença de potencial no indutor de 1.2 H é de 24 V e a diferença de potencial no indutor de 5 H é zero.



(b) O diagrama à direita mostra o circuito equivalente no limite $t \rightarrow \infty$. As correntes nas duas resistências são:

$$I_2 = \frac{24}{24} = 1 \text{ A} \qquad I_3 = \frac{24}{6} = 4 \text{ A}$$

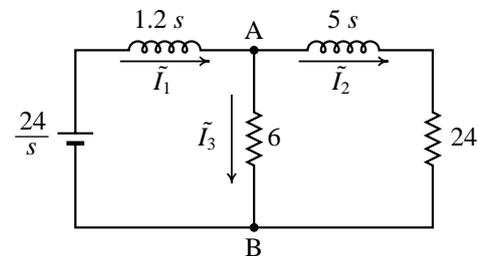
como tal, a corrente no indutor de 1.2 H é $I_1 = I_2 + I_3 = 5 \text{ A}$ e a corrente no indutor de 5 H é $I_2 = 1 \text{ A}$.



(c) O diagrama à direita mostra o circuito no domínio da frequência s (unidades SI). A impedância entre os pontos A e B é:

$$z_{AB} = \frac{6(5s + 24)}{5s + 30} = \frac{6(s + 4)}{5(s + 6)}$$

e a impedância total é:



$$z_t = \frac{6s}{5} + \frac{6(5s + 24)}{5(s + 6)} = \frac{6s(s + 6) + 6(5s + 24)}{5(s + 6)} = \frac{6(s^2 + 11s + 24)}{5(s + 6)} = \frac{6(s + 3)(s + 8)}{5(s + 6)}$$

A corrente total é então,

$$\tilde{I}_1 = \frac{6 \times 4}{z_t} = \frac{6 \times 4}{s} \left(\frac{5(s + 6)}{6(s + 3)(s + 8)} \right) = \frac{20(s + 6)}{s(s + 3)(s + 8)}$$

Esta função tem 3 pontos singulares, em s igual a 0, -3 e -8 , mas as 3 funções $s \tilde{I}_1$, $(s+3) \tilde{I}_1$ e $(s+8) \tilde{I}_1$ são analíticas e o seu primeiro termo nas respectivas séries de Taylor, em $s = 0$, $s = -3$ e $s = -8$, são:

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \tilde{I}_1 = \frac{20 \times 6}{3 \times 8} = 5 \qquad \lim_{s \rightarrow -3} (s+3) \tilde{I}_1 = \frac{20 \times 3}{-3 \times 5} = -4 \qquad \lim_{s \rightarrow -8} (s+8) \tilde{I}_1 = \frac{-2 \times 20}{8 \times 5} = -1$$

Ou seja, a transformada inversa de Laplace de \tilde{I}_1 (corrente no indutor de 1.2 H) é,

$$I_1 = 5 - 4e^{-3t} - e^{-8t}$$

A corrente no segundo indutor é

$$\tilde{I}_2 = \frac{\tilde{V}_{AB}}{5s+24} = \frac{z_{AB}\tilde{I}_1}{5s+24} = \frac{6(5s+24)}{5(s+6)} \left(\frac{20(s+6)}{s(s+3)(s+8)} \right) \left(\frac{1}{5s+24} \right) = \frac{24}{s(s+3)(s+8)}$$

e os três **resíduos** da função \tilde{I}_2 são,

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \tilde{I}_2 = \frac{6 \times 4}{3 \times 8} = 1 \qquad \lim_{s \rightarrow -3} (s+3) \tilde{I}_2 = \frac{6 \times 4}{-3 \times 5} = -\frac{8}{5} \qquad \lim_{s \rightarrow -8} (s+8) \tilde{I}_2 = \frac{6 \times 4}{8 \times 5} = \frac{3}{5}$$

Ou seja, a corrente no segundo indutor é,

$$I_2 = 1 - \frac{8}{5}e^{-3t} + \frac{3}{5}e^{-8t}$$

É fácil conferir que nos limites $s = 0$ e $s \rightarrow \infty$ obtêm-se as correntes obtidas nas alíneas a e b . Claro está que as contas feitas são muito mais simples usando o *Maxima*.

Perguntas

- | | | | | |
|------|------|-------|-------|-------|
| 3. A | 6. E | 9. B | 12. C | 15. E |
| 4. E | 7. E | 10. E | 13. B | 16. D |
| 5. D | 8. E | 11. D | 14. A | 17. C |