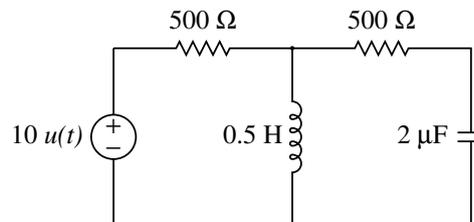


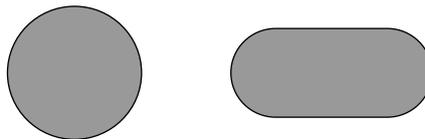
Nome: _____

Duração 2 horas. Prova com consulta de formulário e uso de computador. O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros!

1. (4 valores) A f.e.m. da fonte no circuito da figura é $10 u(t)$, em volt, onde $u(t)$ é a função degrau unitário. Encontre as expressões da voltagem e da corrente no indutor, em função do tempo.



2. (4 valores) Uma esfera metálica encontra-se próxima de outra peça metálica formada por um cilindro e duas semiesferas, como mostra a figura. Ambos objetos estão isolados de qualquer outro condutor. A esfera tem carga positiva ($Q_1 > 0$) e a peça cilíndrica está completamente descarregada ($Q_2 = 0$). Arbitrando que o potencial da peça cilíndrica é zero, então o potencial da esfera é 80 V. Faça um diagrama, na sua folha de exame, mostrando as duas peças, a distribuição de cargas, as linhas de campo nas duas peças e à sua volta, e as superfícies equipotenciais de -5 V, 5 V e 75 V.



PERGUNTAS. Avalia-se unicamente a **letra** que apareça na caixa de “Resposta”. **Cotação:** certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco ou ilegível, 0.

3. Em coordenadas cartesianas, a expressão do campo elétrico numa região do espaço é:
 $a x^2 y \cos(2z) \hat{i} + 2 x^3 \cos(2z) \hat{j} - 4 x^3 y \sin(2z) \hat{k}$
 Determine o valor da constante a .

- (A) 3 (C) 4 (E) 2
 (B) 6 (D) 1

Resposta:

4. Num condensador ligado a uma fonte ideal com f.e.m. ε a energia eletrostática armazenada é U . Se ε for aumentada até 2ε , a energia passará a ser:

- (A) a mesma U (C) $U/4$ (E) $4U$
 (B) $2U$ (D) $U/2$

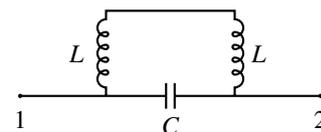
Resposta:

5. O campo magnético numa região do espaço é $3\hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$ (unidades SI). Determine o módulo do binário magnético numa espira triangular, com vértices na origem e nos pontos (5.6, 0, 0) e (0, 4.3, 0) (unidades SI), percorrida por uma corrente de 1 A.

- (A) 53.8 N·m (C) 77.1 N·m (E) 64.8 N·m
 (B) 43.4 N·m (D) 60.2 N·m

Resposta:

6. Calcule a impedância complexa equivalente entre os pontos 1 e 2, para tensão/corrente alternada com frequência angular ω .



- (A) $\frac{i 2 L \omega}{1 - 2 L C \omega^2}$ (D) $\frac{i 2 L \omega}{2 - L C \omega^2}$
 (B) $\frac{i L \omega}{2 - L C \omega^2}$ (E) $\frac{i (2 L C \omega^2 - 1)}{2 C \omega}$
 (C) $\frac{i (L C \omega^2 - 2)}{2 C \omega}$

Resposta:

7. Quando a tensão num dispositivo, em função do tempo, é $V(t) = 3 \cos(80t + 0.9)$, a expressão da corrente é $I(t) = 1.5 \cos(80t + 0.5)$ (unidades SI). Determine o valor da impedância desse dispositivo.

- (A) $0.461 - i0.195$ (D) $1.842 - i0.779$
 (B) $0.461 + i0.195$ (E) $1.842 + i0.779$
 (C) $0.779 + i1.842$

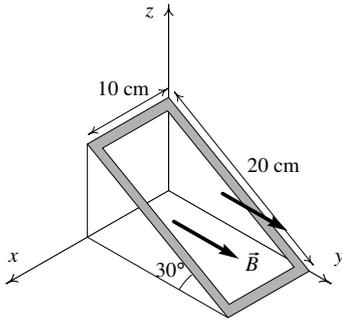
Resposta:

8. O coeficiente de temperatura do ferro a 20°C , é igual a 0.005. Duas resistências de ferro têm valores de $1.7\text{ k}\Omega$ e $3.2\text{ k}\Omega$, quando a temperatura é de 20°C . Determine o valor da resistência equivalente, quando essas duas resistências são ligadas em paralelo e a temperatura aumenta até 65°C .

- (A) $1.22\text{ k}\Omega$ (C) $1.58\text{ k}\Omega$ (E) $1.47\text{ k}\Omega$
 (B) $1.11\text{ k}\Omega$ (D) $1.36\text{ k}\Omega$

Resposta:

9. Uma espira retangular, com arestas de 10 cm e 20 cm , encontra-se inclinada 30° em relação ao plano Oxy , como mostra a figura. Calcule o fluxo magnético através da espira, produzido por um campo magnético uniforme, na direção e sentido do eixo dos y , com módulo de 5.8 T .



- (A) $0.1\text{ T}\cdot\text{m}^2$ (C) $0.058\text{ T}\cdot\text{m}^2$ (E) $0.116\text{ T}\cdot\text{m}^2$
 (B) $5.8\text{ T}\cdot\text{m}^2$ (D) $0.174\text{ T}\cdot\text{m}^2$

Resposta:

10. Dentro do paralelepípedo definido por $0 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 2$ e $0 \leq z \leq 4$ (em metros), existe carga elétrica distribuída uniformemente. O fluxo elétrico produzido pelo paralelepípedo, através da esfera com centro na origem e raio igual a 5 m , é igual a $2325\text{ N}/(\text{C}\cdot\text{m}^2)$. Determine a carga volúmica dentro do paralelepípedo, em unidades de nC/m^3 .

- (A) 2.5697 (C) 0.3212 (E) 0.1645
 (B) 0.8566 (D) 0.571

Resposta:

11. Num sistema de três cargas pontuais, $q_1 = 4\text{ nC}$, $q_2 = 3\text{ nC}$ e $q_3 = 2\text{ nC}$, a distância entre as cargas 1 e 2 é 2 cm , entre as cargas 1 e 3 é 2 cm , e entre as cargas 2 e 3 é 3 cm . Calcule a relação entre as forças elétricas produzidas pelas cargas 1 e 2 sobre a carga 3.

- (A) 6 (C) 2 (E) $16/27$
 (B) 3 (D) $32/27$

Resposta:

12. Quando o sinal de entrada num circuito é $V_e(t)$ e o sinal de saída é $V(t)$, a função de transferência é:

$$\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+3}$$

Determine a equação diferencial do circuito.

- (A) $\ddot{V} + 5\dot{V} + 6V = 2\dot{V}_e + 5V_e$
 (B) $\ddot{V} + 2\dot{V} + 6V = \dot{V}_e + 3V_e$
 (C) $\dot{V} + 2V = \dot{V}_e + 3V_e$
 (D) $\ddot{V} + 5\dot{V} + 6V = V_e$
 (E) $\ddot{V} + 2\dot{V} + V = \dot{V}_e + 3V_e$

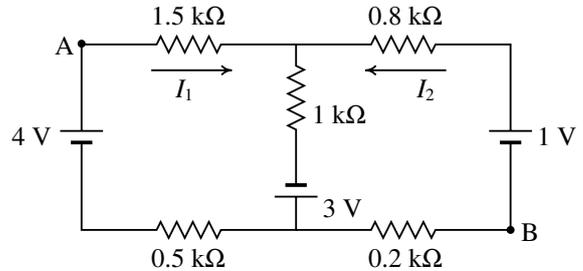
Resposta:

13. Um circuito de corrente alternada é composto por várias resistências e indutores. Qual dos números complexos na lista poderá ser a impedância equivalente do circuito?

- (A) $2.3 + i1.2$ (D) $-2.3 - i1.2$
 (B) $2.3 - i1.2$ (E) $-2.3 + i1.2$
 (C) $i1.2$

Resposta:

14. A intensidade das duas correntes indicadas no circuito da figura são $I_1 = 2\text{ mA}$ e $I_2 = 1\text{ mA}$. Arbitrando que o potencial seja igual a zero no ponto A, determine o valor do potencial no ponto B.



- (A) -2.7 V (C) -5.6 V (E) -4.8 V
 (B) -3.2 V (D) -1.3 V

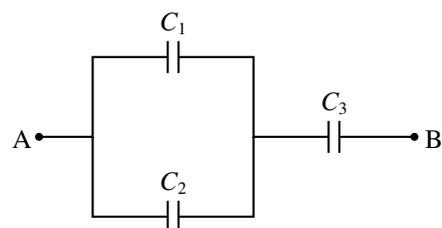
Resposta:

15. Uma carga pontual que se encontra no ponto $(x, y, z) = (4, 5, 3)$ (distâncias em cm) produz um potencial de 6 kV no ponto $(x, y, z) = (2, 6, 2)$. Calcule o valor da carga em unidades de nC .

- (A) 2.72 (C) 14.91 (E) 13.33
 (B) 16.33 (D) 40.0

Resposta:

16. Ligam-se três condensadores como mostra a figura, onde $C_1 = 4\text{ }\mu\text{F}$, $C_2 = 7\text{ }\mu\text{F}$ e $C_3 = 9\text{ }\mu\text{F}$. Se a diferença de potencial aplicada entre os pontos A e B for 12 V qual será a carga no condensador C_3 ?



- (A) $71.3\text{ }\mu\text{C}$ (C) $17.8\text{ }\mu\text{C}$ (E) $89.1\text{ }\mu\text{C}$
 (B) $59.4\text{ }\mu\text{C}$ (D) $35.6\text{ }\mu\text{C}$

Resposta:

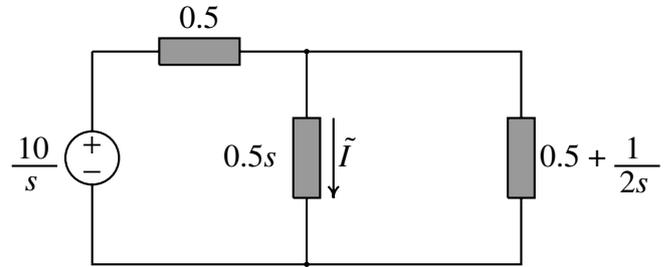
17. Duas pilhas idênticas, cada uma com f.e.m. de 1.5 V e carga total igual a $2.4\text{ A}\cdot\text{h}$, são ligadas em série. Quais são os valores da f.e.m. e da carga disponível do sistema resultante? (observe-se que a energia do sistema deve ser igual à soma das energias das duas pilhas.)

- (A) 3 V e $2.4\text{ A}\cdot\text{h}$ (D) 3 V e $4.8\text{ A}\cdot\text{h}$
 (B) 1.5 V e $4.8\text{ A}\cdot\text{h}$ (E) 1.5 V e $1.2\text{ A}\cdot\text{h}$
 (C) 3 V e $1.2\text{ A}\cdot\text{h}$

Resposta:

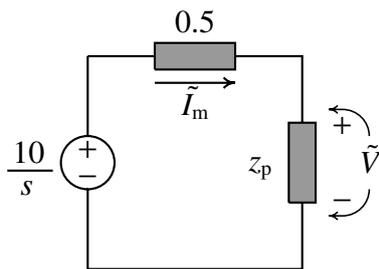
Problema 1. (a) Pode usar-se unidades SI mas, para simplificar os resultados, usaremos unidades em que a resistência e a impedância são medidas em $k\Omega$, a indutância em H, a capacidade em μF , a frequência em kHz, o tempo em ms, a voltagem em V e a corrente em mA.

A impedância de ambas resistências é então 0.5, a impedância do indutor $0.5s$ e a impedância do condensador $1/(2s)$. A transformada de Laplace da voltagem da fonte é $10/s$. A resistência do lado direito está em série com o condensador; como tal, o circuito pode ser simplificado resultando no diagrama que se mostra à direita, onde \tilde{I} é a transformada da corrente que passa pelo indutor.



As duas impedâncias em paralelo podem ser combinadas numa só. Usando o *Maxima*, o resultado é:

$$z_p = \frac{0.5s \left(0.5 + \frac{1}{2s}\right)}{0.5s + 0.5 + \frac{1}{2s}} = \frac{s^2 + s}{2(s^2 + s + 1)}$$



Obtém-se assim o circuito no lado esquerdo. A diferença de potencial no sistema em paralelo, \tilde{V} , é a mesma diferença de potencial no indutor. A corrente na malha é \tilde{I}_m igual a:

$$\tilde{I}_m = \frac{\frac{10}{s}}{0.5 + z_p} = \frac{20(s^2 + s + 1)}{2s^3 + 2s^2 + s}$$

A diferença de potencial no indutor é:

$$\tilde{V} = z_p \tilde{I}_m = \frac{10(s + 1)}{2s^2 + 2s + 1}$$

E a corrente no indutor:

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}}{0.5s} = \frac{20(s + 1)}{2s^3 + 2s^2 + s}$$

No domínio do tempo, a voltagem e a corrente no indutor são as transformadas inversas de \tilde{V} e \tilde{I} . Usando a função **ilt** do *Maxima*, o resultado é:

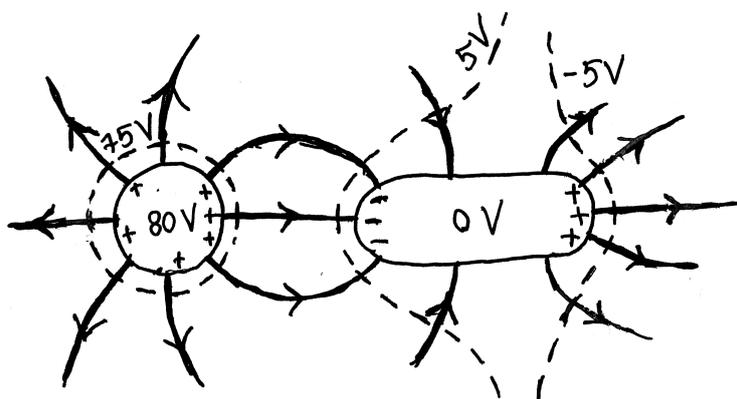
$$V(t) = 5e^{-\frac{t}{2}} \left(\cos\left(\frac{t}{2}\right) + \sin\left(\frac{t}{2}\right) \right) u(t) \qquad I(t) = 20 \left(1 - e^{-\frac{t}{2}} \cos\left(\frac{t}{2}\right) \right) u(t)$$

onde o tempo t é dado em ms, a voltagem V em V e a corrente I em mA.

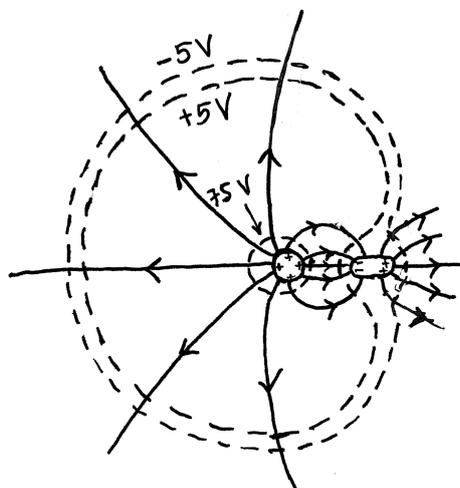
Problema 2. Há que ter em conta várias coisas:

- As cargas distribuem-se nas superfícies dos dois condutores. No cilindro são induzidas cargas negativas no extremo mais próximo da esfera e o mesmo número de cargas positivas no extremo mais afastado. Na superfície da esfera há cargas positivas, mais concentradas no extremo próximo do cilindro.
- Não há linhas de campo dentro da esfera nem dentro do cilindro. Há linhas de campo a começar na superfície da esfera e na superfície do cilindro, no extremo onde há carga positiva, e linhas de campo a terminar na superfície do cilindro, no extremo onde há carga negativa.
- Todas as linhas de campo são perpendiculares à superfície do objeto onde começam ou terminam.
- Nenhuma linha de campo pode começar num extremo do cilindro e terminar no outro, porque o potencial é constante no cilindro, enquanto que o potencial onde começa uma linha é sempre maior do que o potencial onde esta termina.
- A equipotencial de 75 V estará próxima da esfera, onde o potencial é 80 V, e as equipotenciais de 5 V e -5 V estarão próximas do cilindro, onde o potencial é 0. No entanto, nenhuma dessas equipotenciais pode tocar nenhum dos objetos, porque estes têm valores de potencial diferentes de 75 V, 5 V e -5 V.
- Essas 3 equipotenciais não se podem cruzar entre si, por terem valores de potencial diferentes, e devem ser perpendiculares às linhas de campo elétrico, em todos os pontos onde se cruzam com elas.

O gráfico é aproximadamente o seguinte:



Também pode ser representado visto desde mais longe:



Perguntas

3. B	6. A	9. C	12. A	15. B
4. E	7. E	10. B	13. A	16. B
5. D	8. D	11. B	14. B	17. A

Critérios de avaliação

Problema 1

- Uso de unidades compatíveis _____0.4
- Cálculo das impedância do indutor e do condensador, em função de s _____0.4
- Obtenção da expressão, em função de s , da impedância do sistema em paralelo _____0.4
- Obtenção da expressão, em função de s , da corrente na malha _____0.4
- Obtenção da expressão, em função de s , da voltagem no indutor _____0.8
- Obtenção da expressão, em função de s , da corrente no indutor _____0.8
- Obtenção da expressão, em função de t , da voltagem no indutor _____0.4
- Obtenção da expressão, em função de t , da corrente no indutor _____0.4

Problema 2

- Representação das cargas nas superfícies dos dois objetos _____0.4
- Representação das cargas induzidas no objeto descarregado (igual número de positivas e negativas, com cargas de sinal oposto ao da carga do objeto carregado mais próximas deste) _____0.8
- Maior concentração de cargas no objeto carregado no extremo mais próximo do outro objeto.____0.4
- Linhas de campo a começar ou terminar na superfície de cada objeto e perpendiculares à superfície 0.8
- Equipotencial próxima do objeto carregado _____0.4
- Duas equipotenciais próximas do objeto descarregado, contornando-o nos dois lados _____0.8
- Equipotenciais perpendiculares às linhas de campo _____0.4