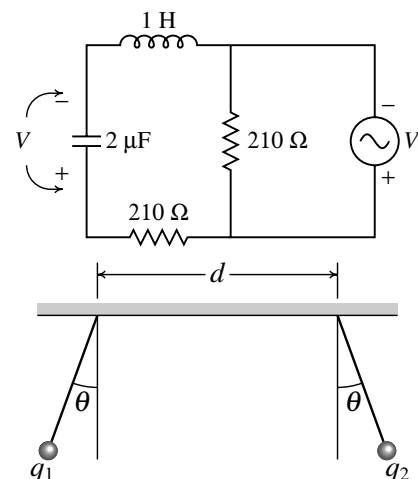


Nome: \_\_\_\_\_

**Duração 2 horas. Prova com consulta de formulário e uso de computador.** O formulário pode ocupar apenas uma folha A4 (frente e verso) e o computador pode ser usado unicamente para realizar cálculos e não para consultar apontamentos ou comunicar com outros! Use  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$

1. (4 valores). No filtro de frequências representado no diagrama, o sinal de entrada é a tensão  $V_e$  de uma fonte de tensão alternada, com frequência angular  $\omega$ , e o sinal de saída é a tensão  $V$  medida no condensador, como indica a figura. Encontre a expressão da função de resposta em frequência, em função de  $\omega$ .



2. (4 valores). Duas pequenas esferas condutoras, com cargas  $q_1 = +300 \text{ nC}$  e  $q_2 = +500 \text{ nC}$ , e com a mesma massa  $m$ , são coladas a dois fios, cada um com 8 cm de comprimento. Os fios são logo colados numa barra horizontal, em dois pontos a uma distância  $d = 15 \text{ cm}$  entre si. A repulsão eletrostática entre as cargas faz com que os dois fios se inclinem um ângulo  $\theta = 10^\circ$  em relação à vertical. Determine o valor da massa  $m$ .

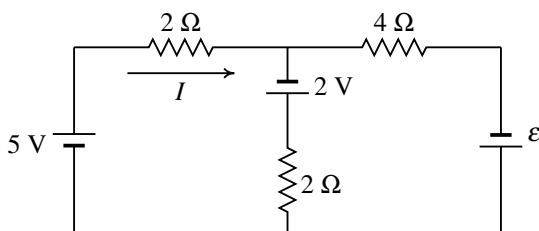
**PERGUNTAS.** Respostas certas, 0.8 valores, erradas, -0.2, em branco, 0.

3. Determine a intensidade da corrente numa bobina com indutância de 2.8 H e resistência de 762  $\Omega$ , 1 mili-segundo após ter sido ligada a uma f.e.m. de 5 V.

- (A) 3.127 mA      (C) 2.345 mA      (E) 1.563 mA  
(B) 3.908 mA      (D) 0.782 mA

Resposta:

4. No circuito da figura, sabendo que a corrente  $I$  é igual a 2.5 A, determine o valor da f.e.m.  $\varepsilon$ .



- (A) 6 V      (C) 2 V      (E) 5 V  
(B) 7 V      (D) 10 V

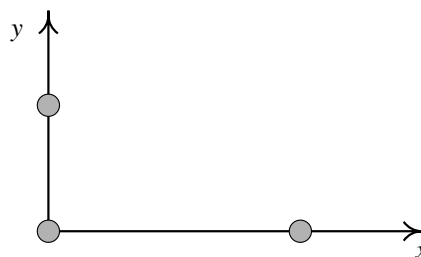
Resposta:

5. Ligam-se em série duas resistências idênticas a uma bateria ideal (resistência interna desprezável) e observa-se que a potência dissipada pelas duas resistências é 30 W. Se as mesmas duas resistências fossem ligadas em paralelo à mesma bateria, qual seria a potência total que dissipavam nesse caso?

- (A) 120.0 W      (C) 15.0 W      (E) 7.5 W  
(B) 60.0 W      (D) 30.0 W

Resposta:

6. A figura representa três fios condutores retilíneos, muito compridos e paralelos ao eixo dos  $z$ , com correntes no sentido positivo desse eixo. O primeiro fio passa pelo ponto  $(x, y) = (0, 1 \text{ cm})$  e tem corrente de 0.51 A, o segundo fio passa pela origem e tem corrente de 0.25 A e o terceiro fio passa pelo ponto  $(x, y) = (2 \text{ cm}, 0)$  e tem corrente de 0.23 A. Calcule o módulo da força magnética resultante, por unidade de comprimento, no fio que passa pela origem.



- (A) 2.61  $\mu\text{N/m}$       (C) 0.37  $\mu\text{N/m}$       (E) 0.52  $\mu\text{N/m}$   
(B) 0.44  $\mu\text{N/m}$       (D) 0.87  $\mu\text{N/m}$

Resposta:

7. O potencial no plano  $xy$  é dado pela expressão:

$$V = +\frac{18}{\sqrt{x^2 + (y - 2)^2}} + \frac{36}{\sqrt{(x - 2)^2 + y^2}}$$

em kV, se  $x$  e  $y$  estiverem em mm. Determine o valor da carga pontual no ponto  $(2, 0)$ .

- (A) 2 nC      (C) 6 nC      (E) 4 nC  
(B) -4 nC      (D) -2 nC

Resposta:

8. Determine o módulo do campo elétrico no ponto  $x = 1.0$  m, no eixo dos  $x$ , produzido por duas cargas pontuais: a primeira, com  $3 \mu\text{C}$ , encontra-se no eixo dos  $x$  em  $x = -1.0$  m, e a segunda, de  $-4 \mu\text{C}$ , encontra-se na origem.

- (A)  $49.5 \text{ mN}/\mu\text{C}$       (C)  $42.75 \text{ mN}/\mu\text{C}$       (E)  $29.25 \text{ mN}/\mu\text{C}$   
 (B)  $22.5 \text{ mN}/\mu\text{C}$       (D)  $2.25 \text{ mN}/\mu\text{C}$

Resposta:

9. Quando uma bobina de  $0.521$  H é ligada a uma fonte de tensão alternada, com tensão máxima  $12$  V e frequência  $f = 20$  Hz, a corrente máxima nela é  $3.62$  mA. Determine o valor da resistência dessa bobina.

- (A)  $3.31 \text{ k}\Omega$       (C)  $1.99 \text{ k}\Omega$       (E)  $688 \Omega$   
 (B)  $4.61 \text{ k}\Omega$       (D)  $2.76 \text{ k}\Omega$

Resposta:

10. Numa região existe campo elétrico uniforme, com módulo de  $6 \text{ kN}/\text{C}$ . Determine o valor absoluto do fluxo elétrico através dum quadrado com  $4$  cm de aresta, colocado nessa região, sabendo que o plano do quadrado faz um ângulo de  $60^\circ$  com o campo.

- (A)  $0.48 \text{ kN}\cdot\text{m}^2/\text{C}$       (D)  $0.831 \text{ kN}\cdot\text{m}^2/\text{C}$   
 (B)  $8.31 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$       (E)  $9.6 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$   
 (C)  $4.8 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$

Resposta:

11. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) Dentro de um condutor isolado o campo elétrico é sempre nulo.  
 (B) O campo elétrico na superfície de um condutor isolado é nulo.  
 (C) Numa região do espaço, se não existir carga o campo elétrico será nulo.  
 (D) O campo elétrico dentro de uma esfera oca é sempre nulo.  
 (E) Se a carga total num condutor isolado for nula, não haverá carga em nenhuma parte da sua superfície.

Resposta:

12. Calcule a potência média fornecida por uma pilha com f.e.m. de  $1.5$  V, durante um intervalo de  $4$  segundos, sabendo que o número de elétrons de condução que saíram do elétrodo negativo durante esse intervalo foram  $2 \times 10^{16}$ .

- (A)  $1.2 \text{ mW}$       (C)  $0.6 \text{ mW}$       (E)  $3.0 \text{ mW}$   
 (B)  $0.96 \text{ mW}$       (D)  $0.12 \text{ mW}$

Resposta:

13. O coeficiente de temperatura do chumbo a  $20^\circ\text{C}$ , é igual a  $0.0043$ . Duas resistências de chumbo têm valores de  $1.1 \text{ k}\Omega$  e  $3.2 \text{ k}\Omega$ , quando a temperatura é de  $20^\circ\text{C}$ . Determine o valor da resistência equivalente, quando essas duas resistências são ligadas em paralelo e a temperatura aumenta até  $65^\circ\text{C}$ .

- (A)  $1.12 \text{ k}\Omega$       (C)  $1.05 \text{ k}\Omega$       (E)  $0.98 \text{ k}\Omega$   
 (B)  $0.82 \text{ k}\Omega$       (D)  $0.89 \text{ k}\Omega$

Resposta:

14. Sabendo que a função de transferência de um circuito é:

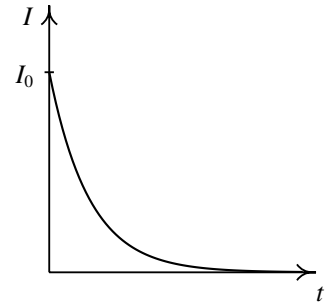
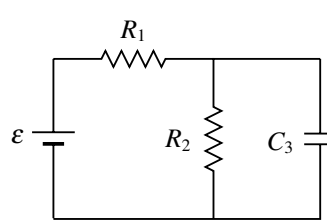
$$\frac{1}{s+2} + \frac{1}{s+3}$$

determine a equação diferencial desse circuito.

- (A)  $\ddot{V} + 2\dot{V} + 6V = \dot{V}_e + 3V_e$   
 (B)  $\ddot{V} + 2\dot{V} + V = \dot{V}_e + 3V_e$   
 (C)  $\dot{V} + 2V = \dot{V}_e + 3V_e$   
 (D)  $\ddot{V} + 5\dot{V} + 6V = V_e$   
 (E)  $\ddot{V} + 5\dot{V} + 6V = 2\dot{V}_e + 5V_e$

Resposta:

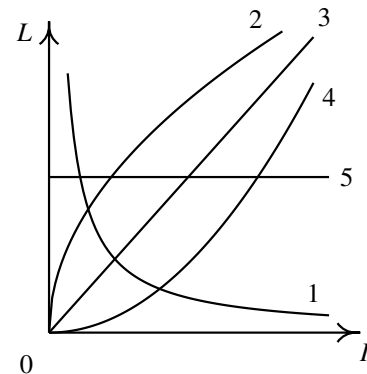
15. No circuito da figura, o condensador encontra-se descarregado no instante  $t = 0$ . Se  $I_1$  for a corrente na resistência  $R_1$ ,  $I_2$  a corrente na resistência  $R_2$  e  $I_3$  a corrente no condensador  $C_3$ , quais dessas três correntes são representadas corretamente pelo gráfico da figura?



- (A) unicamente  $I_2$  e  $I_3$       (D) unicamente  $I_1$  e  $I_3$   
 (B) unicamente  $I_1$       (E) unicamente  $I_2$   
 (C) unicamente  $I_3$

Resposta:

16. Qual das 5 curvas no gráfico representa melhor a indutância  $L$  de uma bobina, em função da sua corrente  $I$ ?



- (A) 5      (C) 1      (E) 2  
 (B) 4      (D) 3

Resposta:

17. Ligam-se dois condensadores com capacidades  $8 \mu\text{F}$  e  $16 \mu\text{F}$ , em série, a uma f.e.m. de  $30$  V. Determine a carga no condensador de  $8 \mu\text{F}$ .

- (A)  $200 \mu\text{C}$       (C)  $160 \mu\text{C}$       (E)  $120 \mu\text{C}$   
 (B)  $80 \mu\text{C}$       (D)  $40 \mu\text{C}$

Resposta:

**Problema 1.** Usando unidades de  $\mu\text{C}$  para a capacidade e H para a indutância, como  $LC = Z_L/(Z_C s^2)$  tem unidades de tempo ao quadrado, então o tempo deverá ser medido em ms e a frequência em kHz. As impedâncias ( $Z_L = L s$ ) deverão então ser medidas em  $\text{k}\Omega$ . Nessas unidades, os valores das impedâncias das resistências, do indutor e do condensador no circuito são:

$$Z_R = 0.21 \quad Z_L = s \quad Z_C = \frac{1}{2s}$$

No ramo onde está o condensador, encontram-se em série o condensador, o indutor e uma das resistências, com impedância total:

$$Z = 0.21 + s + \frac{1}{2s} = \frac{2s^2 + 0.42s + 1}{2s}$$

A transformada da voltagem nesse ramo é a própria transformada da voltagem de entrada,  $\tilde{V}_e$ . Como tal, a transformada da corrente através desse ramo é:

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_e}{Z} = \frac{2s\tilde{V}_e}{2s^2 + 0.42s + 1}$$

e a transformada da voltagem no condensador (sinal de saída) é:

$$\tilde{V} = Z_C \tilde{I} = \frac{\tilde{V}_e}{2s^2 + 0.42s + 1}$$

A função de transferência do circuito é,

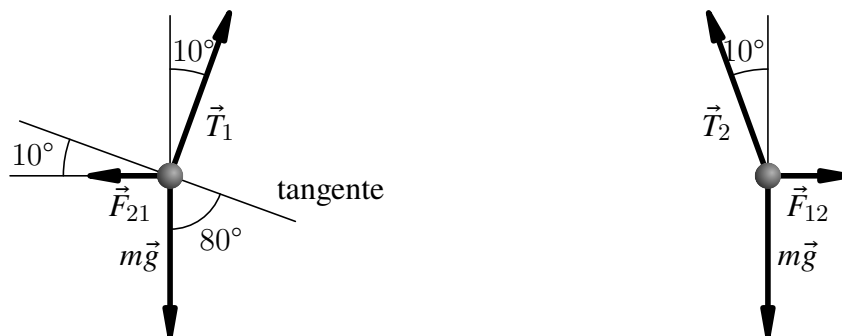
$$H(s) = \frac{\tilde{V}}{\tilde{V}_e} = \frac{1}{2s^2 + 0.42s + 1}$$

Finalmente, a função de resposta em frequência é:

$$H(i\omega) = \frac{1}{1 - 2\omega^2 + i0.42\omega}$$

em que a frequência angular  $\omega$  é dada em kHz.

**Problema 2.** Os diagramas de corpo livre das duas esferas são os seguintes:



onde  $\vec{T}_1$  e  $\vec{T}_2$  são as tensões nos dois fios,  $\vec{F}_{21}$  é a força elétrica da esfera 2 sobre a esfera 1 e  $\vec{F}_{12}$  é a força elétrica da esfera 1 sobre a esfera 2.

Realmente basta um dos diagramas para determinar o valor de  $m$ . E como a soma das 3 forças externas sobre cada esfera é nula, por estarem em repouso, e os módulos das forças elétricas  $\vec{F}_{21}$  e  $\vec{F}_{12}$  são iguais, os módulos das duas tensões são iguais e os dois diagramas são equivalentes.

A distância entre as duas esferas (em metros) é,

$$r = 0.15 + 2 \times 0.08 \times \sin(10^\circ) = 0.1778$$

E, usando a lei de Coulomb,

$$F_{21} = F_{12} = \frac{9 \times 10^9 \times 3 \times 10^{-7} \times 5 \times 10^{-7}}{0.1778^2} = 0.0427 \text{ (N)}$$

A soma das 3 forças igual a zero implica que a soma das suas componentes, ao longo de qualquer direção, é nula. Em particular, a soma das componentes na direção tangente indicada na figura é igual a:

$$m g \cos(80^\circ) - F_{21} \cos(10^\circ) = 0 \implies m = \frac{F_{21} \cos(10^\circ)}{g \cos(80^\circ)} = \frac{0.0427 \cos(10^\circ)}{9.8 \cos(80^\circ)} = 0.02472 \text{ (kg)}$$

A massa das esferas é de 24.7 gramas.

### Perguntas

- |      |      |       |       |       |
|------|------|-------|-------|-------|
| 3. E | 6. A | 9. A  | 12. A | 15. C |
| 4. A | 7. E | 10. B | 13. E | 16. A |
| 5. A | 8. E | 11. A | 14. E | 17. C |

# Critérios de avaliação

## Problema 1

- Cálculo da impedância do ramo do condensador, com unidades compatíveis .....0.8
- Cálculo da corrente no condensador .....0.8
- Cálculo da voltagem no condensador .....0.8
- Determinação da função de transferência .....0.8
- Substituição da frequência  $\omega$  e obtenção da função pedida, indicando as unidades usadas.....0.8

## Problema 2

- Cálculo da distância entre as cargas .....0.4
- Cálculo do módulo da força elétrica .....0.8
- Diagrama de corpo livre indicando as direções das forças .....1.2
- Equação (ou equações) da soma das componentes das forças igual a zero .....0.8
- Obtenção do valor da massa, com ordem de grandeza correta e indicando as suas unidades .....0.8