U. PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

LICENCIATURAS EM ENGENHARIA DO AMBIENTE
E ENGENHARIA DE MINAS E GEO-AMBIENTE

L.EA010 — FÍSICA II — 2º ANO, 1º SEMESTRE, 2023/2024

15 de janeiro de 2024. Docentes: LMM e JEV

Nome: ______________________________

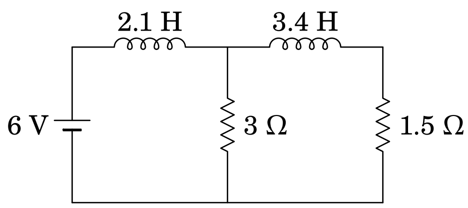
Duração: duas horas. Com consulta de formulário e uso de qualquer tipo de calculadora, mas sem ligação a redes.

1. (5 valores) Descreva as quatro formas diferentes em que podem ser ligados três condensadores idênticos, cada um com capacidade de 9 nF, e em cada caso calcule a capacidade equivalente do sistema.

2. (5 valores) A fonte no circuito do diagrama foi ligada no instante $t = 0$, quando a corrente nos dois indutores era nula.

(a) Determine a diferença de potencial em cada um dos dois indutores, no instante $t = 0$.

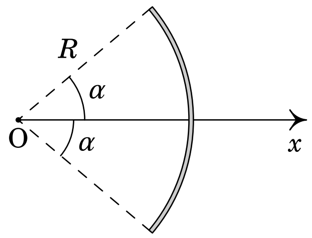
(b) Determine a intensidade da corrente em cada indutor, após o circuito atingir o estado estacionário.



3. (5 valores) Um fio retilíneo com 2 m de comprimento encontra-se ao longo do eixo z, centrado na origem. A corrente através do fio é de 4.0 A na direção e sentido de $\hat{k}$. Se a força magnética sobre o fio, devida a um campo magnético uniforme, for $0.521\,(\hat{\imath} + \hat{\jmath})$ (unidades SI), determine o campo magnético $\vec{B}$.

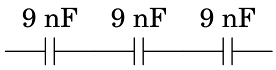
4. (5 valores) Um fio fino tem densidade linear de carga λ constante e forma um arco circular que subtende um ângulo de 2α, conforme indicado na figura. Mostre que a expressão do módulo do campo elétrico no ponto O é:

$$E = \frac{2k|\lambda|\sin\alpha}{R}$$



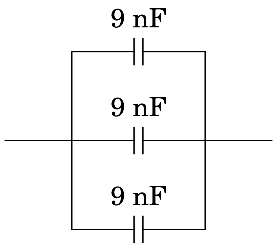
Resolução

1. (*a*) Os três condensadores podem ser ligados em série:



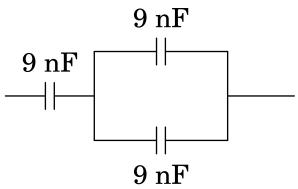
$$C_{\text{eq}} = \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right)^{-1} = 3 \ \text{nF}$$

(*b*) Ou os três em paralelo:



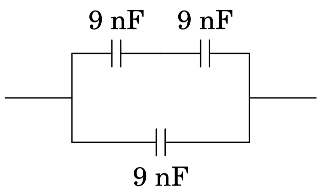
$$C_{\text{eq}} = 9 + 9 + 9 = 27 \text{ nF}$$

(*c*) Ou um deles em série com os outros dois em paralelo:



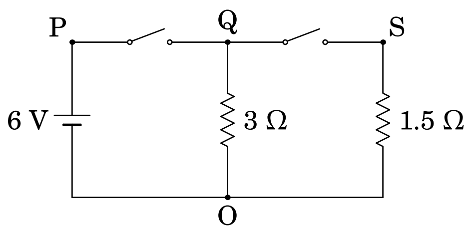
$$C_{\text{eq}} = \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9+9}\right)^{-1} = 6 \text{ nF}$$

(*d*) Finalmente, um condensador em paralelo com os outros dois em série:



$$C_{\text{eq}} = 9 + \left(\frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right)^{-1} = 13.5 \ \text{nF}$$

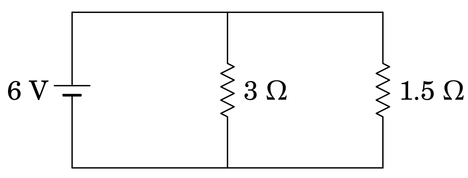
2. (*a*) Em $t = 0$ os dois indutores são equivalentes a interruptores abertos:



Arbitrando potencial nulo no ponto O ($V_\text{O} = 0$), o potencial em P é $V_\text{P} = 6$ V. E como as correntes nas duas resistências são nulas, as diferenças de potencial nelas também são nulas: $V_\text{Q} = V_\text{O} = V_\text{S} = 0$. As diferenças de potencial nos indutores de 2.1 H é 3.5 H, são, respetivamente:

$$V_\text{P} - V_\text{Q} = 6 \text{ V} \qquad\qquad V_\text{Q} - V_\text{S} = 0$$

(*b*) No estado estacionário, os dois indutores são equivalentes a curto-circuitos:



As correntes nas duas resistências são:

$$I_3 = \frac{6}{3} = 2\ \text{A} \qquad\qquad I_{1.5} = \frac{6}{1.5} = 4\ \text{A}$$

A corrente através do indutor de 3.4 H é a mesma do que na resistência de 1.5 Ω, igual a 4 A, e a corrente através do indutor de 2.1 H é a mesma que passa pela fonte, igual à corrente total de 6 A.

3. Em unidades SI, as expressões vetoriais da corrente no fio e do campo magnético são:

$$\vec{I} = 4\hat{k} \qquad\qquad \vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$

A expressão da força magnética sobre o fio retilíneo de comprimento ℓ é,

$$\vec{F}_\text{m} = \ell(\vec{I}\times\vec{B})$$

substituindo os vetores $\vec{F}_\text{m}$, $\vec{I}$, $\vec{B}$ e o comprimento do fio, obtém-se:

$$0.521\,(\hat{\imath}+\hat{\jmath}) = 2\left[4\hat{k}\times(B_x\hat{\imath}+B_y\hat{\jmath}+B_z\hat{k})\right] = -8B_y\,\hat{\imath} + 8B_x\,\hat{\jmath}$$

que é equivalente às duas equações:

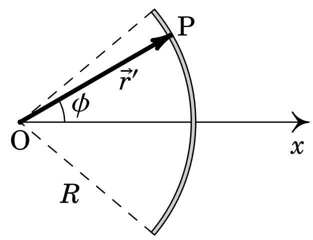
$$\begin{cases} 0.521 = -8B_y & \Rightarrow B_y = -0.0651 \\ 0.521 = 8B_x & \Rightarrow B_x = 0.0651 \end{cases}$$

Em unidades SI (T), o campo magnético é:

$$\vec{B} = 0.0651\,\hat{\imath} - 0.0651\,\hat{\jmath} + B_z\hat{k}$$

onde B_z pode ter qualquer valor.

4. A figura seguinte mostra um ponto P no fio e o seu vetor posição $\vec{r}\,'$.



O vetor posição da origem, onde vai calcular-se o campo, é $\vec{r} = \vec{0}$ e

$$\vec{r}-\vec{r}\,' = -\vec{r}\,' = -R\ (\cos\phi\,\hat{\imath} + \sin\phi\,\hat{\jmath}) \qquad\qquad |\vec{r}-\vec{r}\,'| = R$$

O comprimento infinitesimal de arco ao longo do fio é $\text{d}s' = R\,\text{d}\phi$ e o campo elétrico na origem é:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= k\int_{-\alpha}^{\alpha}\lambda\,\frac{\vec{r}-\vec{r}\,'}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,R\,\text{d}\phi = -\frac{k\,\lambda}{R}\int_{-\alpha}^{\alpha}(\cos\phi\,\hat{\imath}+\sin\phi\,\hat{\jmath})\ \text{d}\phi \\ &= -\frac{k\lambda}{R}\ (\sin\phi\,\hat{\imath} - \cos\phi\,\hat{\jmath})\Big|_{-\alpha}^{\alpha} = -\frac{2k\lambda\sin\alpha}{R}\,\hat{\imath}\end{aligned}$$

e o módulo desse vetor é:

$$E = \frac{2k|\lambda|\sin\alpha}{R}$$