U.PORTO
FEUP FACULDADE DE ENGENHARIA
UNIVERSIDADE DO PORTO

LICENCIATURAS EM ENGENHARIA DO AMBIENTE
E ENGENHARIA DE MINAS E GEO-AMBIENTE

L.EA010 — FÍSICA II — 2º ANO, 1º SEMESTRE, 2024/2025

9 de outubro de 2024. Docentes: MSCAB, CCSH e JEV

Nome: ______________________________

Duração: 90 minutos. Com consulta de formulário e uso de qualquer tipo de calculadora, mas sem ligação a redes.

1. (Cotação: 35%) Uma carga pontual de +4 μC encontra-se na origem e uma segunda carga pontual de −12 μC encontra-se no eixo x, em $x = 12$ cm. Determine o módulo da força elétrica produzida por essas duas cargas sobre uma terceira carga pontual de +3 μC, colocada no eixo y em $y = 5$ cm.

2. (Cotação: 35%) Um fio retilíneo, de comprimento a e com densidade linear de carga λ, constante, encontra-se ao longo do eixo x, entre os pontos $x = 0$ e $x = a$. Mostre que a componente y do campo elétrico num ponto sobre o eixo y é dado pela expressão:

$$E_y = \left(\frac{k\lambda}{y}\right)\frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

Nota: $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}} = \frac{x}{y^2\sqrt{x^2 + y^2}} + \text{constante}$

3. (Cotação: 30%) Responda unicamente uma das duas alíneas seguintes:

   (a) Explique como é possível eletrizar um objeto pelo método de indução.

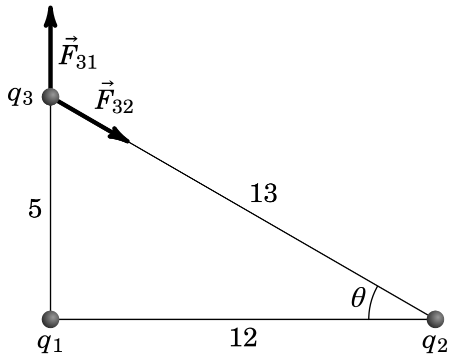
   (b) Explique como são o campo elétrico e o potencial elétrico num condutor isolado.

Resolução

1. Usando distâncias em cm e cargas em μC, o valor da constante de Coulomb é,

$$k = 89.88\ \frac{\mathrm{N}\cdot\mathrm{cm}^2}{\mu\mathrm{C}^2}$$

A figura seguinte mostra as forças elétricas exercidas pelas cargas na origem e em $x = 12$, sobre a carga em $y = 5$



A hipotenusa do triângulo tem $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ cm, e os módulos das forças são:

$$F_{31} = \frac{89.88 \times 3 \times 4}{25} = 43.142\ \mathrm{N}$$
$$F_{32} = \frac{89.88 \times 3 \times 12}{169} = 19.146\ \mathrm{N}$$

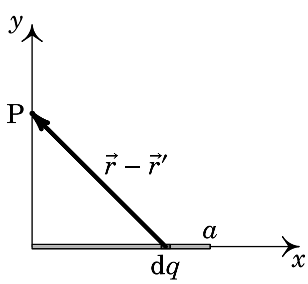
No sistema de eixos x, horizontal para a direita, e y, vertical para cima, a soma vetorial dessas forças é,

$$\vec{F}_3 = F_{32}\cos\theta\,\hat{\imath} + (F_{31} - F_{32}\sin\theta)\,\hat{\jmath} = \frac{19.146 \times 12}{13}\,\hat{\imath} + \left(43.142 - \frac{19.146 \times 5}{13}\right)\hat{\jmath}$$
$$= 17.673\,\hat{\imath} + 35.778\,\hat{\jmath}$$

E o módulo desse vetor é:

$$F_3 = \sqrt{17.673^2 + 35.778^2} = 39.9\ \mathrm{N}$$

2. O fio divide-se em elementos infinitesimais de comprimento dx e carga d$q = \lambda$dx. A figura seguinte mostra o fio retilíneo, no eixo x entre a origem e $x = a$, e um elemento infinitesimal, com carga dq, na posição $\vec{r}\,' = x\,\hat{\imath}$.



O campo elétrico num ponto P no eixo y, na posição $\vec{r} = y\,\hat{\jmath}$, é dado pela expressão,

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\int_0^a \frac{\vec{r} - \vec{r}\,'}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^3}\,\lambda\,\mathrm{d}x$$

O vetor $\vec{r} - \vec{r}'$, desde a carga infinitesimal até o ponto P, tem componentes (ver figura acima):

$$\vec{r} - \vec{r}' = -x\,\hat{\imath} + y\,\hat{\jmath}$$

e módulo igual a $\sqrt{x^2 + y^2}$. Substituindo na expressão para o campo,

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\lambda \int_0^a \frac{-x\,\hat{\imath} + y\,\hat{\jmath}}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}}\,\mathrm{d}x$$

A componente y desse campo é então:

$$E_y = k\lambda y \int_0^a \frac{\mathrm{d}x}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

e usando a primitiva dada no enunciado obtém-se:

$$E_y = k\lambda y \left[\frac{x}{y^2\sqrt{x^2 + y^2}}\right]_{x=0}^{x=a} = \left(\frac{k\lambda}{y}\right)\frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

3. A resposta à alínea (a) encontra-se na secção 1.3.4 do livro e a resposta à alínea (b) na secção 3.8.