

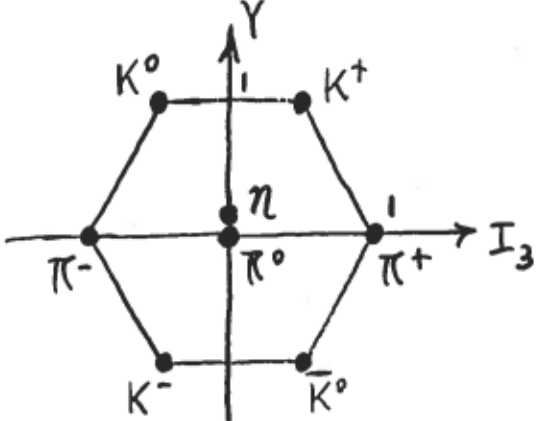
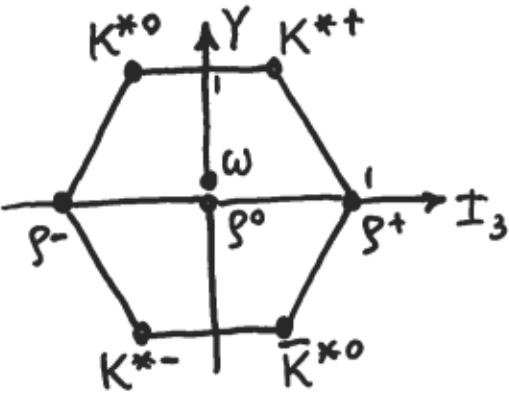
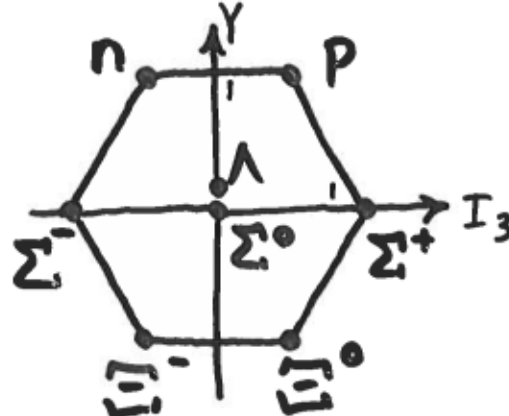
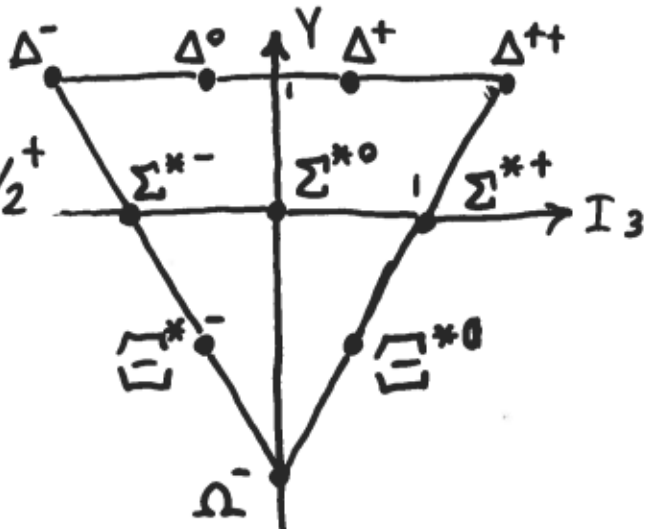
INTERACÇÃO QUARK-ANTIQUARK E SIMETRIA QUIRAL

Jaime Villate
Departamento de Eng^a Quimica
FEUP

INTRODUÇÃO

- A interacção $q-\bar{q}$ (ou $q-q$) às distâncias típicas nos hadrões é dominantemente forte.
- As forças entre quarks e antiquarks têm uma dependência spinorial complexa, com termos hiperfino, spin-órbita e tensorial.

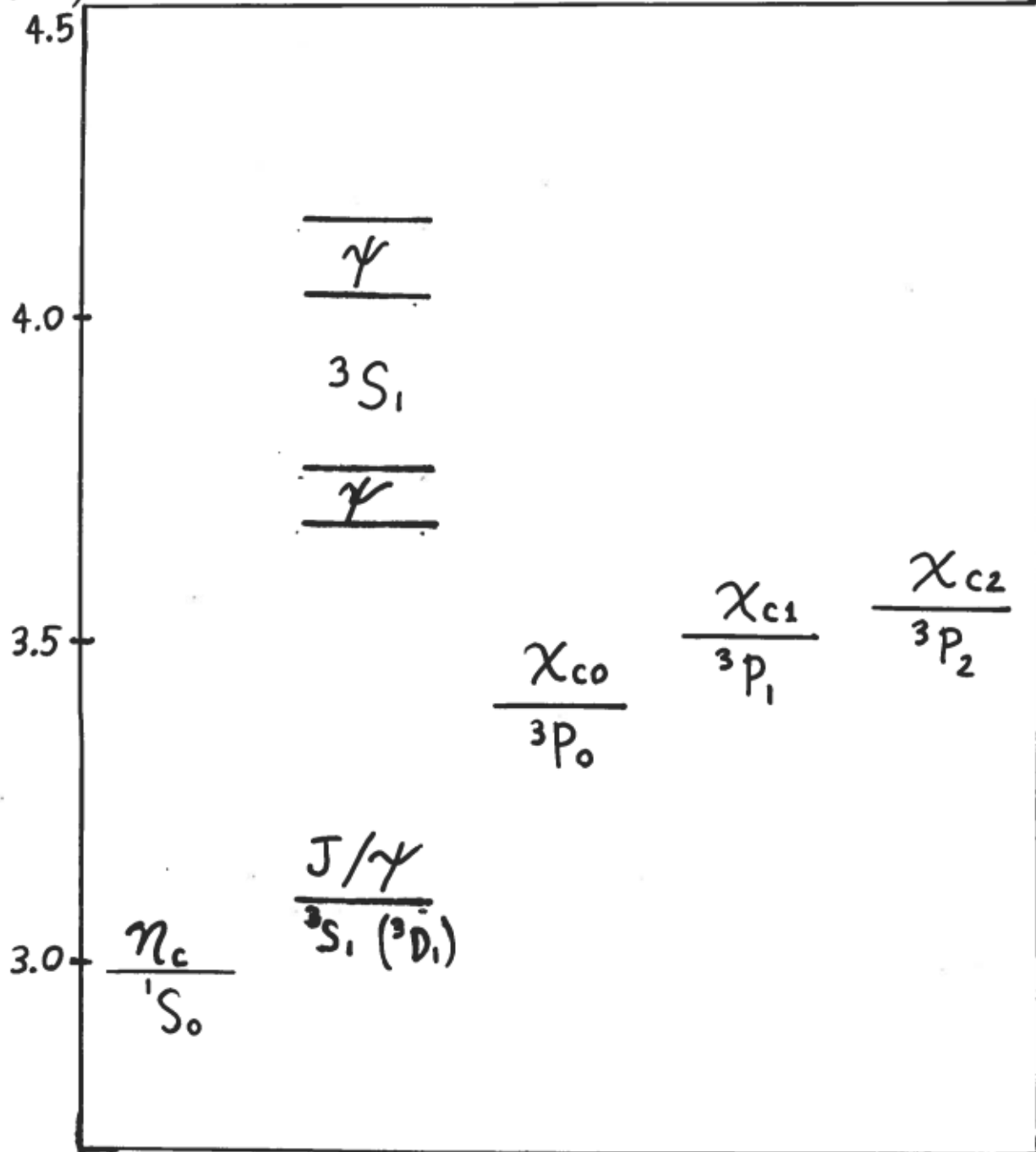
TABELA DE PARTÍCULAS

MESÕES 0^-		Isospin $1/2$	Massa (MeV) 495
		$(\eta) 0$ $(\pi) 1$	549 139
		$1/2$	495
MESÕES 1^-		$1/2$	892
		$(\omega) 0$ $(\rho) 1$	783 770
		$1/2$	892
BARIÕES $1/2^+$		$1/2$	939
		$(\Lambda) 0$ $(\Sigma) 1$	1116 1193
		$1/2$	1348
BARIÕES $3/2^+$		$3/2$	1232
		1	1385
		$1/2$	1530
		0	1672

MESÕES $c\bar{c}$

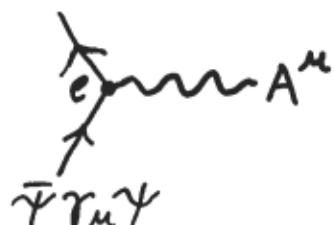
(charmonium)

MASSA
(GeV)



$2S+1$
 L_J

ELECTRODINÂMICA QUÂNTICA (QED)

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = e \bar{\Psi} \gamma_\mu \Psi A^\mu$$


Espago de Fock: $|0\rangle = \text{vacuo}$, $|n, m, l\rangle$ estados de n electrões, m positrões e l fotões

Ψ , $\bar{\Psi}$ e A^μ são operadores no espago de Fock.

Ψ cria um positrão ou destrói um electrão
 $\bar{\Psi}$ cria um electrão ou destrói um positrão
 A^μ cria ou destrói um fotão

Operador de evolução

$$U = T e^{-i \int \mathcal{H}_{\text{int}} dt}$$

probabilidade de transição dum estado inicial $|a\rangle$ a um estado final $|b\rangle$:

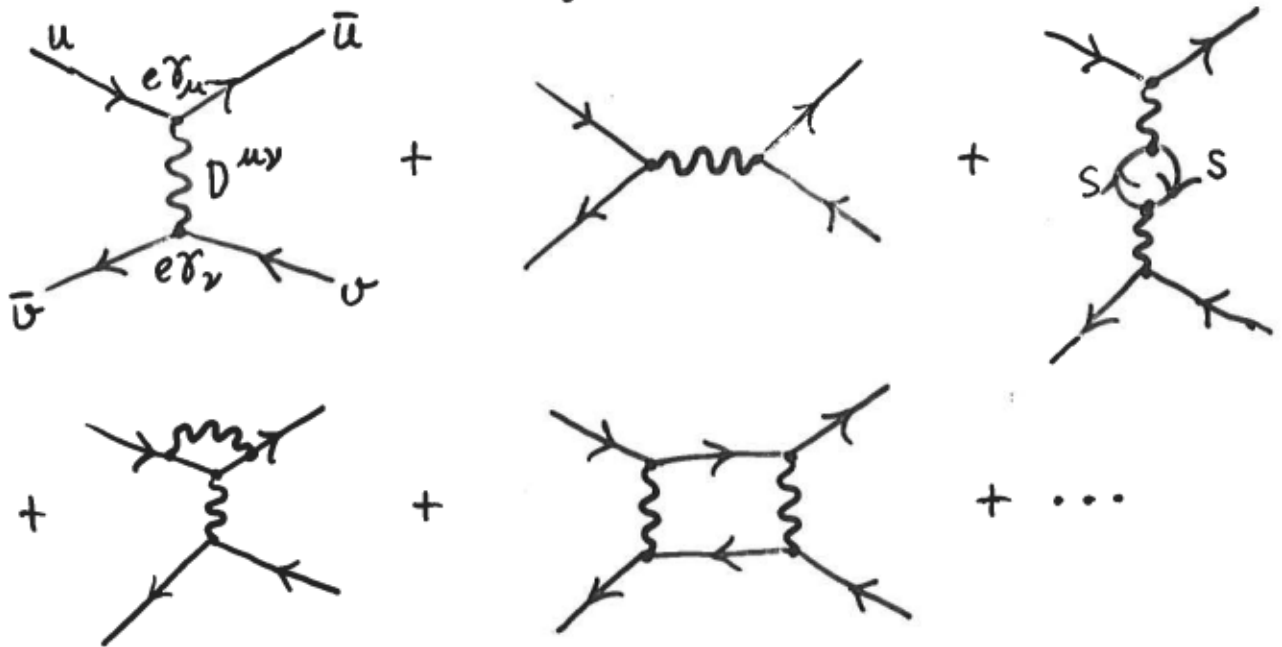
$$\text{Prob.} = |\langle b | U | a \rangle|^2$$

A expansão em série do operador U conduz a termos em Prob. que costumam representar-se por diagramas de Feynman

DISPERSÃO ELECTRÃO-POSITRÃO (e^-e^+)

$|a\rangle, |b\rangle$ estados de um electrão e um positrão livres

Probabilidade de transição = $|\langle b|U|a\rangle|^2 =$



ESTADOS LIGADOS

Um electrão e um positrão podem formar um sistema ligado (pósitronium). Para isso é preciso que o operador de evolução U não mude o estado ligado:



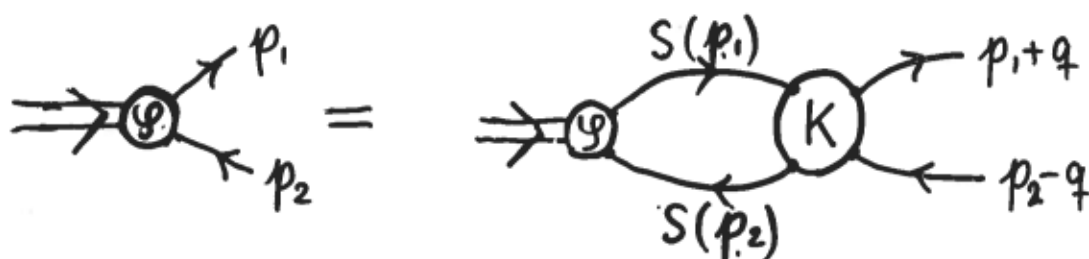
EQUAÇÃO DE BETHE-SALPETER

$|B\rangle =$ estado ligado

$\Psi(x,y) =$ projecção de $|B\rangle$ num estado de um electrão e um positrão livres, nos pontos x, y

$$\Psi(x,y) = \langle 0 | T(\Psi(x) \bar{\Psi}(y)) | B \rangle$$

$$\Psi(p_1, p_2) = i S(p_1) S(p_2) \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} K(p_1, p_2, q) \Psi(p_1 - p_2 + q)$$



O operador K é a soma de todos os diagramas de Feynman, conexos, com um electrão e um positrão a entrar e a sair

$$K = \underbrace{\text{diagram 1} + \text{diagram 2}}_{\sigma(e^2)} + \underbrace{\text{diagram 3} + \text{diagram 4}}_{\sigma(e^4)} + \dots$$

$$e^2 \sim \frac{1}{137}$$

Os termos de ordem e^2 dão uma aproximação muito boa

HAMILTONIANO DE BREIT (QED)

$$K e^- p^+ (p) \approx \text{diagrama} = -\frac{e^2}{q^2} \gamma_\mu \otimes \gamma^\mu \quad (\text{troca de um fóton})$$

Equação de Bethe-Salpeter

Aproximação instantânea $K(q) = K(\vec{q})$
Integração de q_0

Equação de Salpeter

Aproxim. não-relativista

$$\sqrt{m^2 + p^2} \approx m + \frac{p^2}{2m} + \dots$$

$$\Psi(\mathbf{r}) = \Psi_L \otimes \Psi_S \quad \Psi_L \gg \Psi_S$$

Equação de Schrödinger
Hamiltoniano de Breit

$$-\frac{1}{2m} \frac{d^2 \Psi}{dr^2} + \underbrace{\left[\frac{\hat{L}^2}{r^2} + V_0 \right]}_{\text{ordem } (v/c)^0} \Psi + \underbrace{V_2 \Psi}_{\text{ordem } (v/c)^2} + \dots = (M - m_1 - m_2) \Psi$$

$$V_0 = -\frac{e^2}{r} \quad \text{potencial de Coulomb}$$

$$V_2 = V_{ss} (\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2) + V_{sL} (\mathbf{S} \cdot \mathbf{L}) + V_T \left[\frac{(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - \frac{\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2}{3} \right] + V_2'$$

spin-spin spin-órbita tensorial

HAMILTONIANO DE BREIT GENERALIZADO (QCD)

$$K_{q\bar{q}}(q) = \text{diagrama} + \dots = -\frac{4\alpha_s}{3q^2} \gamma_\mu \otimes \gamma^\mu + \dots$$

troca de 1 glúon

$$K_{q\bar{q}}(q) = -\frac{4\alpha_s}{3q^2} \gamma_\mu \otimes \gamma^\mu + \underbrace{\tilde{V}_c(q) \Omega \otimes \Omega}_{\text{potencial confinante}}$$

$$\tilde{V}_c = \underbrace{\tilde{V}_s 1 \otimes 1}_{\text{escalar}} + \underbrace{\tilde{V}_p \gamma_5 \otimes \gamma_5}_{\text{pseudosc.}} + \underbrace{\tilde{V}_v \gamma_\mu \otimes \gamma^\mu}_{\text{vectorial}} + \underbrace{\tilde{V}_A \gamma_5 \gamma_\mu \otimes \gamma_5 \gamma^\mu}_{\text{axial}} + \underbrace{\frac{\tilde{V}_T}{2} \gamma_{\mu\nu} \otimes \gamma^{\mu\nu}}_{\text{tensorial}}$$

Equação de Bethe-Salpeter

Aproximação instantânea
Aproximação não-relativista

Equação de Schrödinger - Hamiltoniano de Breit generalizado

$$-\frac{1}{2m} \frac{d^2 \psi}{dr^2} + \left[\frac{\hat{L}^2}{r^2} + V_0 \right] \psi + V_2 \psi + \dots = (M - m_1 - m_2) \psi$$

$$V_0 = V_{\text{Coulomb}} + V_S + V_V + (V_A + V_T)(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)$$

$$V_2 = \underbrace{V_{ss}(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2)}_{\text{spin-spin}} + \underbrace{V_{sL}(\mathbf{S} \cdot \mathbf{L})}_{\text{spin-órbita}} + \underbrace{V_T \left[\frac{(\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{r})(\mathbf{S}_2 \cdot \mathbf{r})}{r^2} - \frac{\mathbf{S}_1 \cdot \mathbf{S}_2}{3} \right]}_{\text{tensorial}} + V_2'$$

POTENCIAL FENOMENOLÓGICO

(~1975)

$$\textcircled{1} \quad S_1 \cdot S_2 = \begin{cases} -3/4, & s=0 \quad (\text{Mesões pseudoescalares}) \\ 1/4, & s=1 \quad (\text{Mesões vectoriais}) \end{cases}$$

Um potencial confinante $V_c = V_A$ ou $V_c = V_T$ conduz a V_0 com sinais diferentes para mesões pseudoescalares e vectoriais, fazendo impossível obter os dois como estados ligados $q\bar{q}$.

O potencial confinante deve ser vectorial, escalar, ou mistura dos 2.

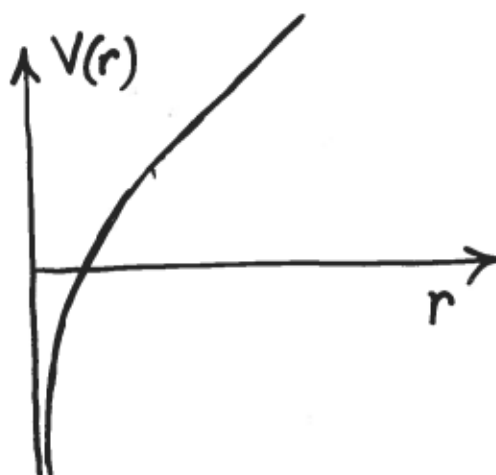
$$\textcircled{2} \quad R \equiv \frac{M(^3P_2) - M(^3P_1)}{M(^3P_1) - M(^3P_0)} \quad \text{depende das interações spin-órbita e tensorial}$$

$V_c = V_V$ dá um valor $4/5 \leq R \leq 7/5$, em quanto que o valor experimental é $R \approx 1/2$ (charmonio). $V_c = V_S$ junto com o potencial de troca de um glúão (vectorial), conduzem ao valor certo de R .

O potencial confinante é predominantemente escalar.

O POTENCIAL DE FUNIL

O potencial confinante que ~~tem~~ tido maior sucesso é uma combinação dum potencial linear, escalar, mais o potencial de troca de um glúão (vectorial)



$$V = V_s + V_v$$

$$V_s = ar \quad V_v = -\frac{K}{r}$$

PROBLEMAS DO MODELO DE QUARKS CONSTITUINTES

- As massas dos quarks leves têm que ser muito maiores do que as massas obtidas no regime perturbativo de QCD

Regime perturbativo $m_{u,d} \approx 5-10 \text{ MeV}$
(massas "corrente")

Regime hadrônico $m_{u,d} \approx 300 \text{ MeV}$
(massas constituintes)

- Não se consegue explicar a massa tão pequena do píon (140 MeV).
Bosão de Goldstone?

- Energia de ligação $\sim$ massas constituintes
→ sistema relativista
Porquê usar um modelo não-relativista?

- Como obter o potencial confinante a partir de QCD?

CROMODINÂMICA QUÂNTICA

$$\mathcal{L}_{QCD} = \underbrace{\bar{\Psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi}_{\text{Dirac}} + \underbrace{g_s \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi A_\mu}_{\text{interacção quark(antiquark)-gluão}} - \frac{1}{2} \underbrace{\text{tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})}_{\text{Campo gluónico}}$$

SIMETRIAS

① Transformação de fase

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\alpha} \psi(x)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow e^{-i\alpha} \bar{\psi}(x)$$

$\mathcal{L}_{QCD}$ é invariável.

Corrente vectorial conservada: $\partial_\mu [\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \psi(x)] = 0$

Número de quarks menos antiquarks constante

$$\int d^3x \psi^\dagger(x) \psi(x) = \text{const.}$$

② Transformação quiral

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\gamma_5 \beta} \psi(x)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}(x) e^{i\gamma_5 \beta}$$

O único termo em $\mathcal{L}_{QCD}$ que varia é o termo de massa, $\bar{\Psi} m \Psi$.

Corrente axial parcialmente conservada:

$$\partial_\mu [\bar{\psi}(x) \gamma^\mu \gamma_5 \psi(x)] = m \bar{\psi}(x) \gamma_5 \psi(x)$$

(PCAC)

CORRENTE VECTORIAL

$$T_\mu(p_1, p_2) = \text{diagram} \quad \text{função de vértice vectorial}$$

The diagram shows a wavy line (photon) entering a shaded circular vertex from the left. Two solid lines (pions) exit the vertex to the right, labeled p_1 and p_2 . The vertex is labeled with a T above it.

Equação de Bethe-Salpeter para T_μ :

$$T_\mu(p_1, p_2) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} K(q) S_1(p_1 + q) S_2(p_2 + q) T_\mu(p_1 + q, p_2 + q)$$

$$\text{diagram} = \text{diagram}$$

The left diagram is the same as the one above. The right diagram shows a loop structure. A wavy line enters a shaded vertex labeled T . Two solid lines, labeled S and S , form a loop between two shaded vertices. The first vertex is labeled T and the second is labeled K . Two solid lines exit the K vertex.

Conservação da corrente vectorial conduz à identidade de Ward

$$i(p_1 - p_2)^\mu T_\mu(p_1, p_2) = S^{-1}(p_1) - S_2^{-1}(p_2)$$

Estas duas equações podem ser resolvidas para obter uma equação integral para o propagador S em função do "kernel" K .

CORRENTE AXIAL

Funções de vértice axial $T^5(p_1, p_2)$, $T_\mu^5(p_1, p_2)$

Equações de Bethe-Salpeter:

$$T^5(p_1, p_2) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} K(q) S(p_1 + q) S_2(p_2 + q) T^5(p_1 + q, p_2 + q)$$

$$T_\mu^5(p_1, p_2) = i \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} K(q) S(p_1 + q) S_2(p_2 + q) T_\mu^5(p_1 + q, p_2 + q)$$

A conservação parcial da corrente axial (PCAC) conduz a uma identidade de Ward.

$$i(p_1 - p_2)^\mu T_\mu^5(p_1, p_2) + i2m T^5(p_1, p_2) = \gamma_5 S^{-1}(p_1) + S^{-1}(p_2) \gamma_5$$

Eliminando T^5 e T_μ^5 nas 3 equações, obtém-se uma equação integral para o propagador S , em função do kernel K . A consistência desta equação com a equação obtida no caso vectorial implica

$$V_S = V_P = -3V_T$$

A solução para S é

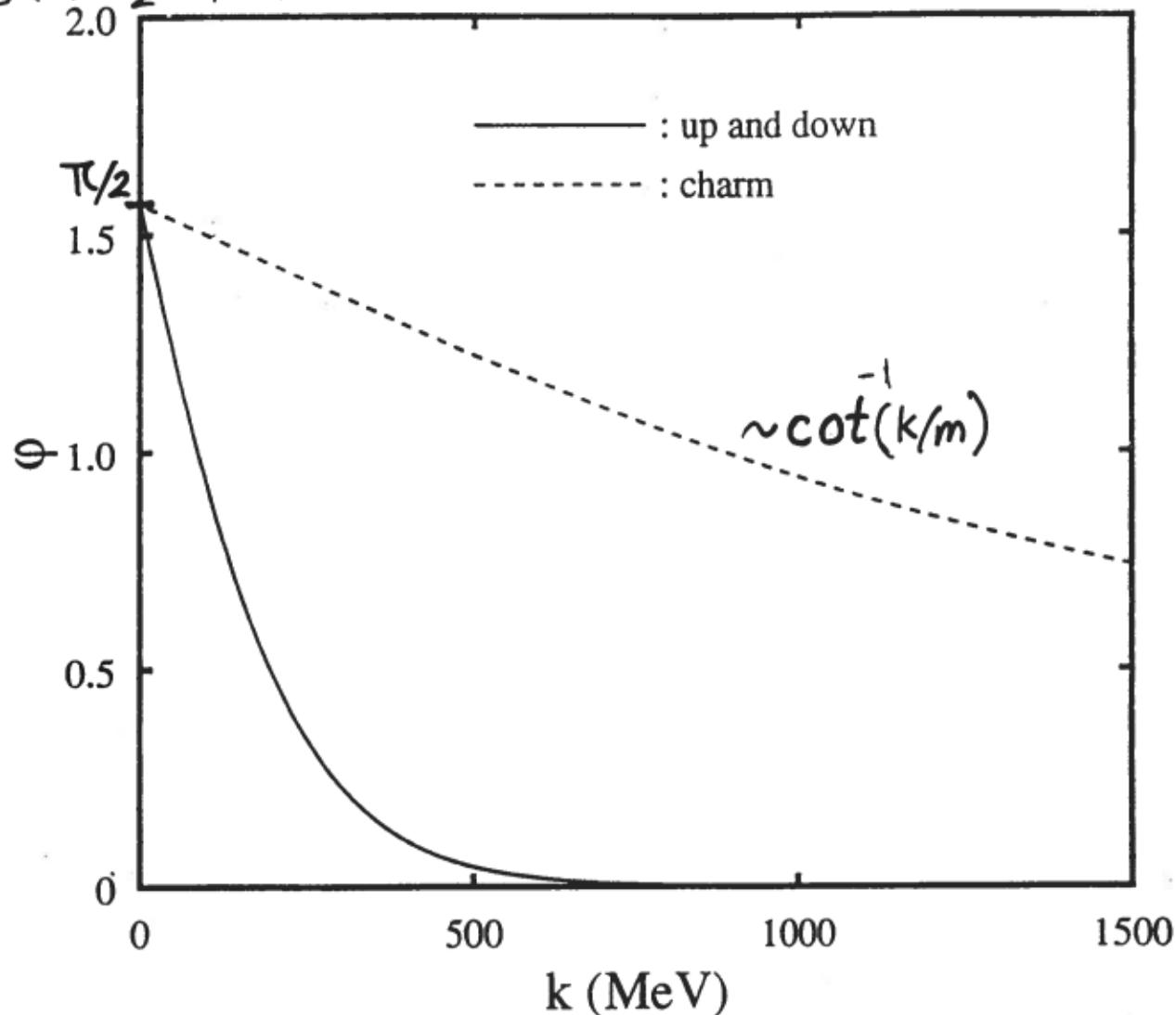
$$i S^{-1}(p) = \gamma_0 p_0 - E \sin \phi (\hat{p} \cdot \gamma) - E \cos \phi$$

onde as funções $E(p)$ e $\phi(p)$ dependem só das partes vectorial e axial de K (V_V e V_A).

O ÂNGULO QUIRAL

Potencial harmónico simples (vectorial)

$$\varphi(k) = \frac{\pi}{2} - \phi(k)$$



$$V(r) = K_0^3 r^2$$

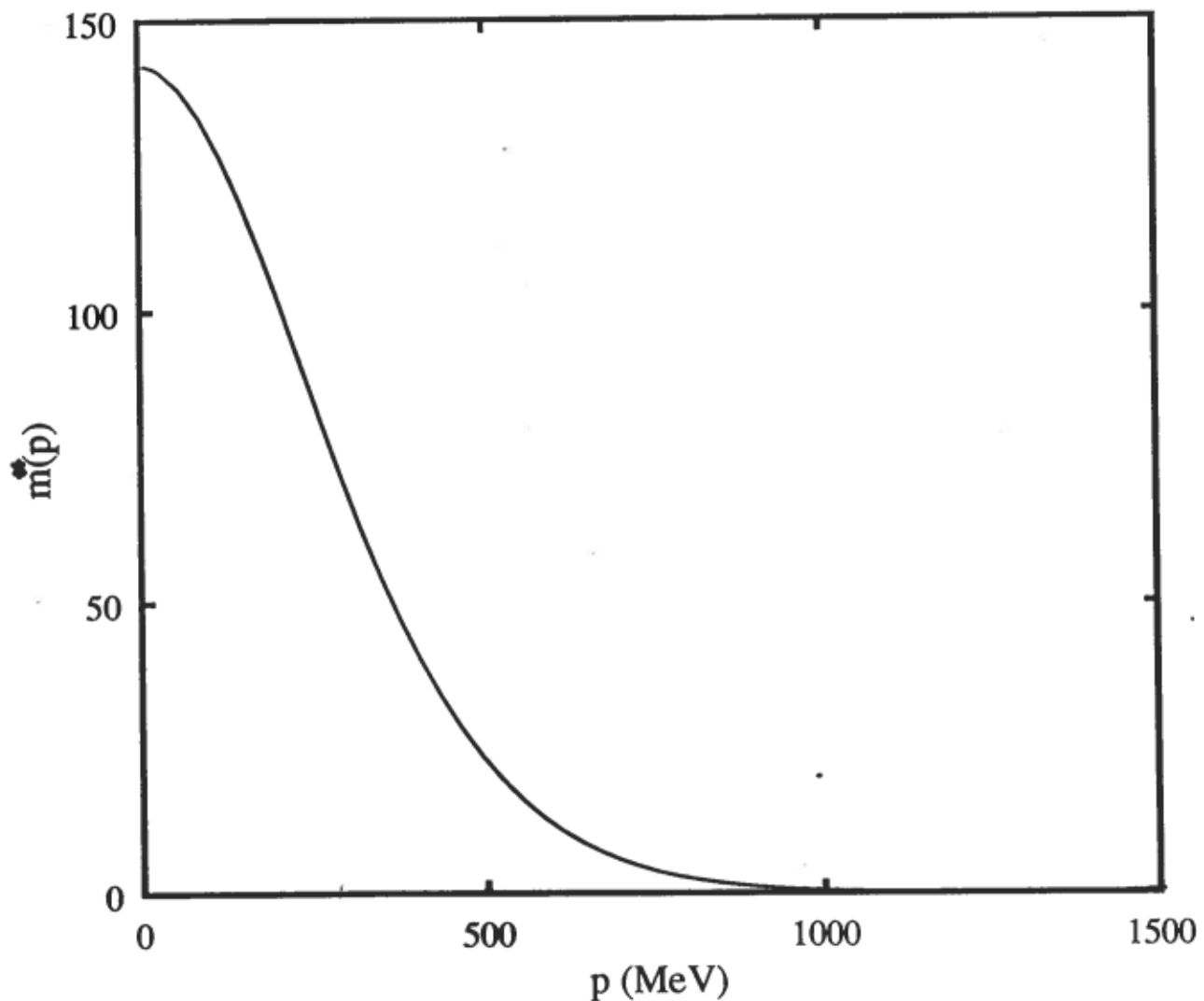
$$K_0 = [3/4]^{1/3} \times 290 \text{ MeV}$$

$$m_c = 1362 \text{ MeV}, \quad m_u = m_d = 0$$

Bicudo, Krein, Ribeiro & Villate, Phys. Rev. D, 45, 1673 (1992)

MASSA CONSTITUINTE

Quarks "up" e "down", com $m=0$, e potencial harmônico simples $V(r) = K_0^3 r^2$ ($K_0 = (3/4)^{1/3} 290 \text{ MeV}$)



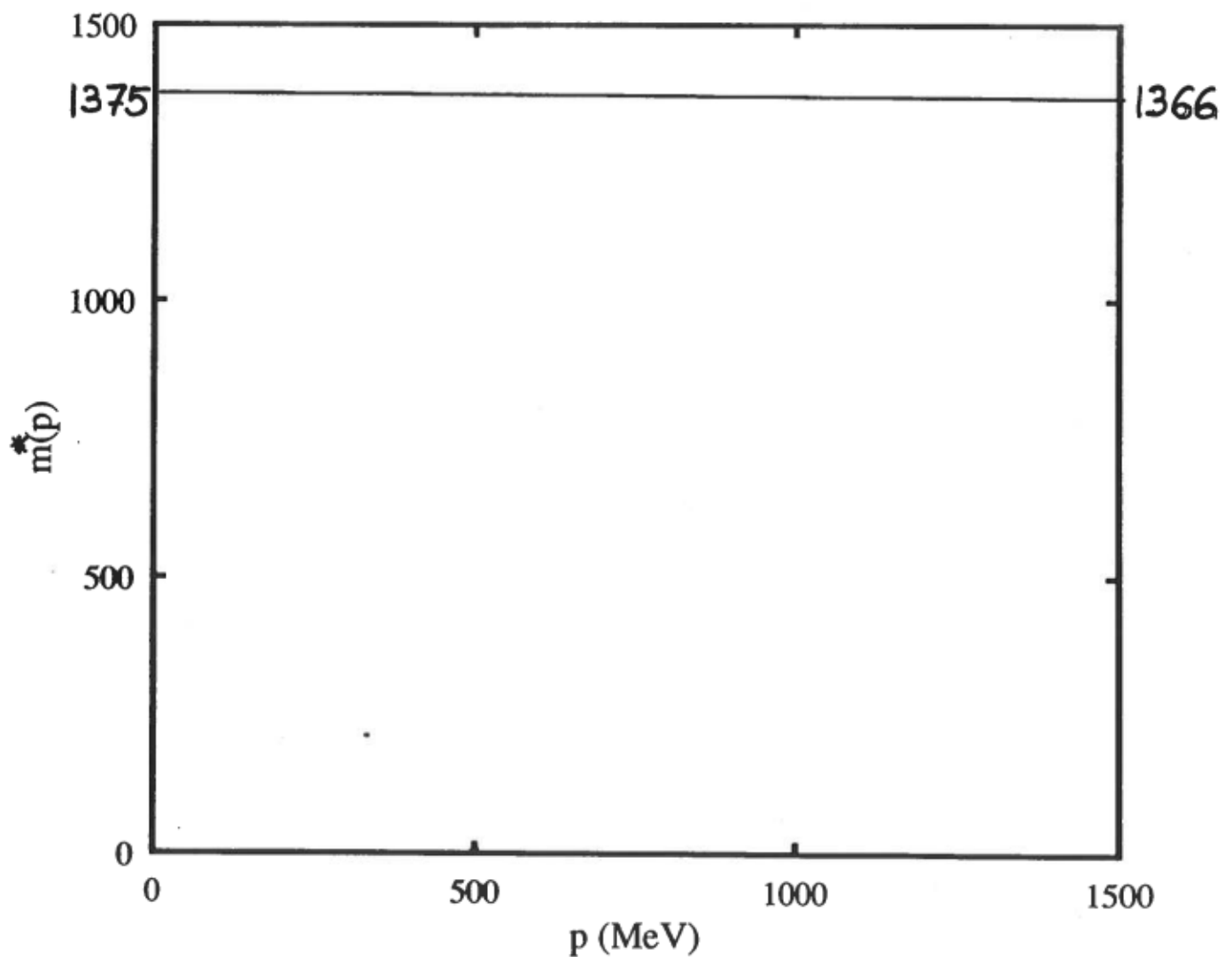
$$m^*(p) = \frac{p}{\tan \phi(p)}$$

$$\lim_{p \rightarrow \infty} m^* = m$$

MASSA CONSTITUINTE

Quark "charm", com $m = 1362 \text{ MeV}$. Potencial harmônico simples, $V(r) = K_0^3 r^2$, $K_0 = (3/4)^{1/3} 290 \text{ MeV}$

charm



$$m^*(p) = \frac{p}{\tan \phi(p)}$$

$$m^* \approx m = \text{constante}$$

CONCLUSÕES

- A interação quark-antiquark tem termos escalar, pseudoescalar, vectorial, axial e tensorial. Os termos escalar, pseudoescalar e tensorial devem cumprir a relação

$$V_S = V_P = -3V_T$$

- Os termos vectorial e axial da interação dão origem às massas constituintes, relações de dispersão diferentes de $\sqrt{p^2 + m^2}$, e fornecem um mecanismo de quebra espontânea da simetria quiral.
- A propagação dos quarks (antiquarks), no regime confinante, está determinada por uma função chamada ângulo quiral. Para quarks pesados se obtém os mesmos resultados do modelo constituinte.